

---

О. Г. РЕВИНСКАЯ

# СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В МАТЛАВ

РЕКОМЕНДОВАНО

*УМО РАЕ по классическому университетскому  
и техническому образованию в качестве учебного пособия  
для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки «Физика»*



САНКТ-ПЕТЕРБУРГ • МОСКВА • КРАСНОДАР  
2020

УДК 004.42  
ББК 32.972я73

**Р 32**    **Ревинская О. Г.** Символьные вычисления в MatLab : учебное пособие для вузов / О. Г. Ревинская. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 528 с. — Текст : непосредственный.

**ISBN 978-5-8114-5490-7**

Описаны возможности ядра MatLab и интегрированных в MatLab пакетов MuPAD и Symbolic Math Toolbox для выполнения символьных вычислений на компьютере в процессе аналитического и численного решения задач, относящихся к таким разделам математики, как алгебра, линейная алгебра, векторный анализ, математический анализ, комплексный анализ, дифференциальные уравнения, интерполяция и т. д. Уделено внимание способам сохранения, преобразования, использования и графического представления результатов символьных вычислений в MatLab. Изложенный материал иллюстрирован примерами и сопровождается заданиями для самостоятельного выполнения на компьютере.

Для студентов, аспирантов физико-математических и технических специальностей, а также для преподавателей и специалистов классических и технических университетов, применяющих символьные вычисления в своей профессиональной деятельности.

УДК 004.42  
ББК 32.972я73

**Рецензенты:**

*К. П. АРЕФЬЕВ* — доктор физико-математических наук, профессор Национального исследовательского Томского политехнического университета;

*Л. В. ГОРЧАКОВ* — доктор физико-математических наук, профессор Томского государственного университета;

*В. И. ОРЕШКИН* — доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник отдела высоких плотностей энергии Института сильноточной электроники Сибирского отделения РАН.

**Обложка**

*П. И. ПОЛЯКОВА*

© Издательство «Лань», 2020

© О. Г. Ревинская, 2020

© Издательство «Лань»,  
художественное оформление, 2020

---

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Под *символьными вычислениями* понимают тождественные аналитические преобразования различных математических выражений, выполняемые на компьютере. В этом случае под математическими выражениями понимают аналитическую запись не только различных функциональных зависимостей, но и уравнений, неравенств и их систем. Преобразования могут выполняться как с целью решения соответствующих уравнений, неравенств или систем, так и для представления этих математических выражений в виде, отвечающем определенным критериям. Примером может служить запись известной функциональной зависимости в наиболее компактном виде, преобразование интеграла с помощью замены переменных и т.д.

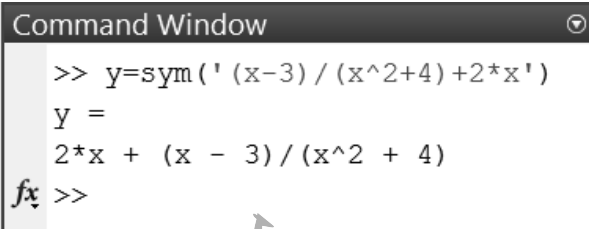
При выполнении *символьных вычислений* на компьютере все аналитические преобразования выполняются с символами, входящими в математическое выражение, как с числами по правилам, принятым в математике. Например, если в уравнении необходимо перенести из левой части в правую слагаемое, записанное в виде числа, и слагаемое, обозначенное символом, то эти преобразования выполняются по одним и тем же правилам, как для числа, так и для символа.

Для автоматизации аналитических преобразований математических выражений разрабатываются и постоянно совершенствуются специализированные компьютерные приложения и математические пакеты, такие как Mathematica, Maple и т.д. Такие мощные системы разработки программных решений, как Mathcad, MatLab и т.п., включают в себя не только языки программирования, но и символьные вычисления в виде дополнительных пакетов, использование которых возможно только вместе с той средой, в которую данный пакет интегрирован. Использование соответствующего пакета возможно только в том случае, если это предусмотрено приобретенной лицензией.



## Глава 1. ПРИЛОЖЕНИЕ MUPAD – ПАКЕТ РАСШИРЕНИЯ MATLAB ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ СИМВОЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

В MatLab символьные вычисления доступны как в отдельном приложении MuPAD, так и в командном окне (Command Window) MatLab. Программы для выполнения символьных вычислений, написанные в приложении MuPAD, хранятся в специальных файлах с расширением `mn`, а программы, содержащие символьные вычисления, выполняемые в командном окне, можно сохранять в стандартном для MatLab `m`-файле (в скрипте или в функции). И в том, и в другом случае программист может использовать сходные по синтаксису команды и функции для организации символьных вычислений, но их результаты в командном окне MatLab и в приложении MuPAD будут представлены по-разному. В командном окне MatLab информация может быть представлена только в текстовом формате, поэтому все математические выражения (и введенные, и преобразованные в процессе символьных вычислений) записываются в строку (рис. 1.1). Это значительно затрудняет визуальный контроль результатов символьных вычислений.



```
Command Window
>> y=sym('(x-3)/(x^2+4)+2*x')
y =
2*x + (x - 3)/(x^2 + 4)
fx >>
```

Рис. 1.1. Командное окно среды MatLab с результатами символьных вычислений

В приложении MuPAD исходное математическое выражение также необходимо записывать в строку, но результат вычислений будет представлен в графическом виде с соблюдением всех принятых в математике правил и обозначений (рис. 1.2). Такое представление результатов вы-

числений значительно облегчает их визуальный контроль. Кроме того, в приложении MuPAD существует специализированная панель инструментов, содержащая шаблоны большинства команд и функций, используемых при выполнении символьных вычислений в MatLab. В редакторе m-файлов такой вспомогательной специализированной панели инструментов нет. Здесь помощь программисту в выборе нужной команды или функции может оказать только справочная система.

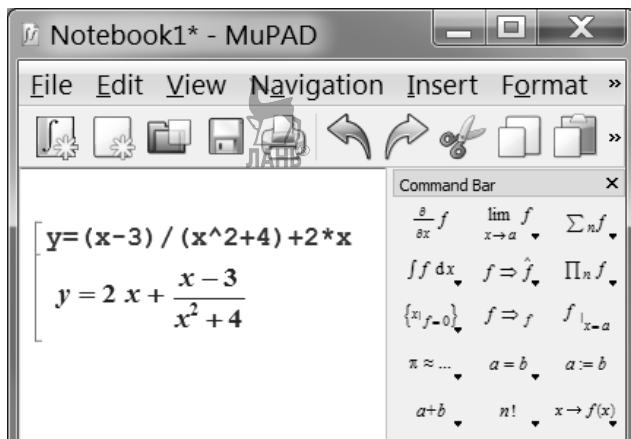


Рис. 1.2. Фрагмент окна приложения MuPAD с результатами символьных вычислений

Особенности выполнения символьных вычислений в командном окне MatLab и тонкости, связанные с программированием этих вычислений в m-файле, рассмотрены в главе 11.

## 1.1. Приложение MuPAD

При наличии соответствующей лицензии приложение MuPAD входит в комплект поставки MatLab и предназначено не только для выполнения символьных вычислений в этой среде, но и для численного решения различных математических задач.



## 1.2. Запуск приложения MuPAD

Запустить приложение MuPAD можно только из среды MatLab.

Начиная с версии 2012, панель инструментов основного окна среды MatLab содержит три вкладки: Home, Plots, Apps (рис. 1.3). Все входящие в состав MatLab (в рамках действующей лицензии) приложения

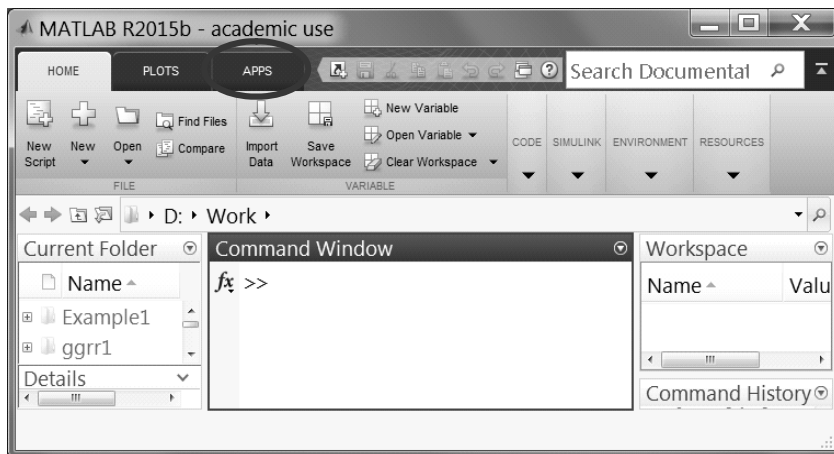
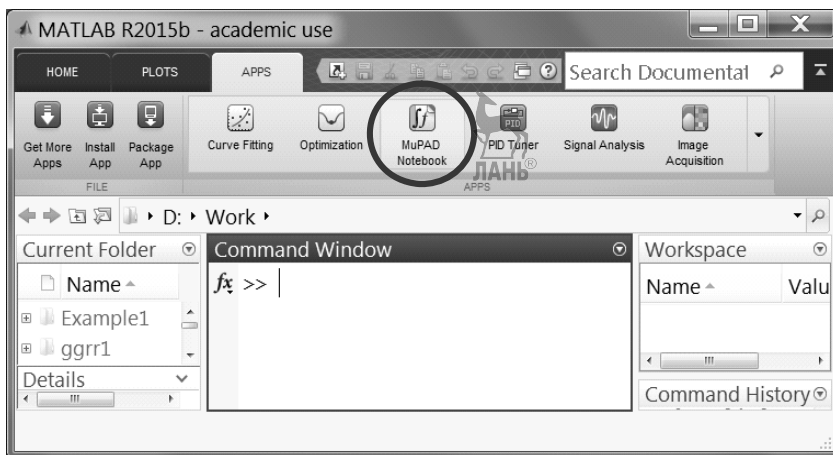


Рис. 1.3. Основное окно среды MatLab





**Рис. 1.4.** Вкладка Apps панели инструментов основного окна среды MatLab

располагаются на вкладке Apps панели инструментов основного окна MatLab. На этой вкладке расположена раскрывающаяся панель кнопок, в первой строке которой находится кнопка MuPAD Notebook (рис. 1.4). Чтобы запустить приложение MuPAD, необходимо нажать на эту кнопку. В результате появится окно приложения MuPAD.

Кроме того, приложение MuPAD можно запустить, написав его название в командном окне MatLab в виде: `muPAD`. После нажатия кнопки Enter также появится окно приложения MuPAD.

### 1.3. Интерфейс приложения MuPAD

Окно приложения MuPAD состоит из пяти различных по своему функциональному назначению частей (рис. 1.5): область редактирования, главное меню, стандартная панель инструментов, командная панель и строка состояния.

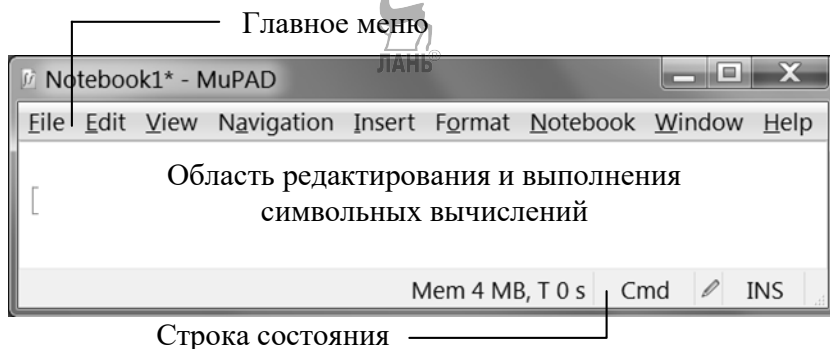


**Рис. 1.5.** Структура окна приложения MuPAD

Область редактирования занимает большую часть окна MuPAD и предназначена для редактирования и выполнения символьных вычислений. Над областью редактирования расположена строка главного меню MuPAD, которая содержит команды управления приложением. Часто используемые команды (такие как «Создать», «Сохранить», «Скопировать» и т.д.) дублируются в виде кнопок на стандартной панели инструментов (Standard ToolBar), которая располагается горизонтально между строкой главного меню и областью редактирования. Справа от области редактирования располагается командная панель (Command Bar), которая содержит кнопки для добавления в редактируемый файл шаблонов команд и функций, предназначенных в MuPAD для выполнения символьных вычислений и численных расчетов.



В нижней части окна MuPAD расположена строка состояния, в которой контекстно отображается некоторая вспомогательная информация.



**Рис. 1.6.** Структура окна приложения MuPAD без вспомогательных панелей

Если настройки окна MuPAD изменить, кроме стандартной и командной панелей инструментов можно отобразить также панель инструментов для форматирования (Format ToolBar), а также панель поиска и замены, обозревателя объектов и др. По умолчанию панель инструментов для форматирования располагается горизонтально выше области редактирования, а остальные панели – справа. Все панели (в том числе и стандартная панель инструментов, и командная панель) являются вспомогательными, предназначены для повышения комфортности программирования и, при необходимости, их отображение в окне MuPAD можно отключить. Это никак не отразится на функциональности приложения MuPAD. Чтобы отобразить (отключить) какую-либо из вспомогательных панелей, необходимо выполнить однократный щелчок правой клавишей мыши на строке главного меню и выбрать в раскрывшемся списке пункт с названием соответствующей панели.

Строка главного меню, область редактирования и строка состояния отображаются в окне MuPAD всегда. Если отображение всех вспомогательных панелей отключить, то окно MuPAD будет выглядеть, как показано на рис. 1.6.

Строка главного меню MuPAD содержит команды управления приложением, сгруппированные тематически следующим образом:

- ❑ File: позволяет выполнять основные операции с файлами (создать новый файл, открыть, закрыть, сохранить, распечатать существующий файл и т.д.);
- ❑ Edit: позволяет выполнять основные операции редактирования текста программы;
- ❑ View: позволяет настраивать интерфейс окна MuPAD;
- ❑ Navigation: содержит дополнительные команды по навигации;
- ❑ Insert: позволяет вставлять в текст программы различного типа поля и объекты;
- ❑ Format: позволяет изменять цвет, размер и тип шрифтов, используемых в области редактирования;
- ❑ Notebook: позволяет управлять выполнением и отладкой программы;
- ❑ Window: позволяет переключаться между открытыми файлами (если их несколько);
- ❑ Help: служит для обращения к встроенной справочной системе MuPAD.

На стандартную панель инструментов (рис. 1.5) вынесен в виде кнопок ряд команд, считающихся часто используемыми:



создать новый m-файл в редакторе приложения MuPAD – New Notebook (Ctrl-N);



создать новый m-файл в редакторе MatLab – New Editor (Ctrl-Shift-N);



открыть файл – Open (Ctrl-O);



сохранить файл – Save (Ctrl-S);














напечатать файл – Print (Ctrl-P);



отменить последнее действие – Undo (Ctrl-Z);



восстановить отмененное действие – Redo (Ctrl-Y);

- 
- 
- вырезать – Cut (Ctrl-X);
- 
- 
- скопировать – Copy (Ctrl-C);
- 
- 
- вставить – Paste (Ctrl-V);
- 
- 
- назад – Go Back (Alt-Left);
- 
- 
- вперед – Go Forward (Alt-Right);
- 
- 
- вставить командное поле – Insert Calculation (Ctrl-I);
- 
- 
- вставить текстовое поле – Insert Text Paragraph (Ctrl-T);
- 
- 
- выполнить вычисление – Evaluate (Enter);
- 
- 
- остановить вычисление – Stop;
- 
- 
- вызвать справку – Open Help (F1);
- 
- 
- вызвать контекстную справку – Context Help (Shift-F1).

Название каждой кнопки (например, Copy, Paste и т.д.) отображается в виде всплывающей подсказки при наведении курсора мыши на нее.

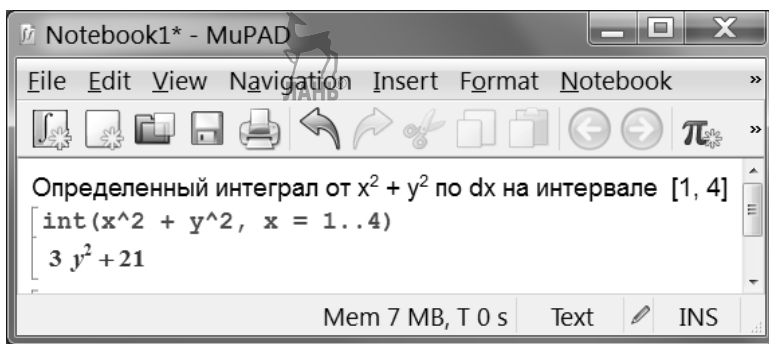
В главном меню слева от вынесенных на стандартную панель инструментов команд размещается изображение, такое же, как на соответствующей этой команде кнопке.

Область редактирования и выполнения программы занимает большую часть окна MuPAD (рис. 1.5) и предназначена для ввода программного кода, поясняющего текста и вывода результатов.

Программный код вводится в командном поле (Calculation), отмеченной слева квадратной скобкой. Результаты выводятся тоже в поле,

отмеченном слева квадратной скобкой, но пристыкованном снизу к командному (рис. 1.2). Это поле называется полем вывода (Output). Для добавления к программному коду поясняющего текста (комментария) используют текстовое поле (Text Paragraph).

Чтобы в тексте программы удобнее было различать поля разного типа, в них используются шрифты разного цвета и начертания. Программный код отображается шрифтом красного цвета; результаты вычислений – синего; а комментарии – черного цвета (рис. 1.7).



**Рис. 1.7.** Три типа полей в области редактирования MuPAD: текстовое, командное поле и поле вывода результатов

При создании в MuPAD нового файла в него автоматически добавляются два текстовых поля (Text Paragraph) и между ними одно командное (Calculation). Остальные поля (Calculation и Text Paragraph), необходимые для написания программы, программист должен вставлять сам. Поля (Output), предназначенные для вывода результатов, вставляются в файл автоматически после выполнения соответствующих вычислений. После каждого командного поля добавляется одно поле вывода.

Командная панель (Command Bar) содержит шаблоны доступных из MuPAD команд и функций, предназначенных для выполнения символьных вычислений и численных расчетов. Кнопки, расположенные на этой панели, будут детально описаны в следующих главах пособия при анализе соответствующих команд и функций.

Для оптимизации редактирования и выполнения программного кода в окне приложения MuPAD кроме стандартной панели инструментов

---

(Standard ToolBar), строки состояния (Status Bar) и командной панели (Command Bar) можно также отобразить панели: Find and Replace Bar и Format Toolbars. Чтобы настроить отображение любой из этих панелей используют одноименные команды из раздела View главного меню MuPAD, или из раскрывающегося списка, для вызова которого необходимо выполнить однократный щелчок правой клавишей мыши в любом месте строки главного меню.

Чтобы закончить работу с MuPAD, достаточно закрыть приложение с помощью системных кнопок в заголовке окна, или выбрав в разделе File главного меню команду Close.

## 1.4. Создание, редактирование, сохранение mn-файла

При запуске приложения MuPAD автоматически создается новый файл с расширением mn.

Чтобы принудительно создать новый файл, необходимо нажать на стандартной панели инструментов MuPAD, расположенной над областью редактирования, кнопку New Notebook или выбрать в разделе File главного меню команду New Notebook (рис. 1.4). В результате появится еще один экземпляр окна MuPAD, в области редактирования которого будет создан новый файл.

Каждый вновь созданный файл содержит два (пустых) текстовых поля и одно (пустое) командное (рис. 1.4, 1.5). Чтобы введенный текст имел смысл программного кода, его необходимо вводить в командных полях. Для этого следует добавить в файл необходимое количество командных полей. Поля в MuPAD добавляются по одному. Чтобы в текущий файл добавить одно командное поле, необходимо на стандартной панели инструментов, расположенной над областью редактирования, нажать кнопку Insert Calculation, или в разделе Insert главного меню выбрать команду Calculation, или на клавиатуре нажать сочетание кнопок Ctrl-I. Чтобы в текущий файл добавить одно текстовое поле необходимо на стандартной панели инструментов нажать кнопку Insert Text Paragraph, или в разделе Insert главного меню выбрать команду Text Paragraph, или на клавиатуре нажать сочетание кнопок Ctrl-T. Новое поле вставляется до или после того поля, в котором находился курсор до вставки. Если перед вставкой курсор находился в

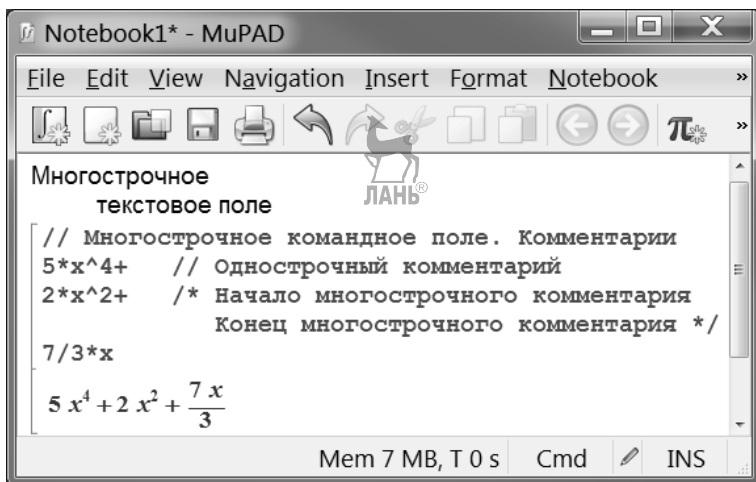
---

конце текстового поля или в любом месте поля вывода, новое поле добавляется после него. Если курсор находился в любом месте командного поля, новое поле добавляется после его поля вывода (если вывод результатов ранее был осуществлен). Если курсор находился в начале текстового поля, то новое поле добавляется перед ним.

В добавленных полях можно писать и редактировать программный код для выполнения необходимых символьных вычислений (в командных полях) или комментарии к ним (в текстовых полях). Для редактирования текста программы, как и в других редакторах, используют клавиатуру и манипулятор мышь. Выделенные с помощью мыши (или клавиатуры) фрагменты программного кода или последовательности полей можно перемещать, копировать и удалять, воспользовавшись кнопками Cut, Copy, Past стандартной панели инструментов или соответствующими командами в разделе Edit главного меню, а также пунктами контекстного меню, для вызова которого необходимо нажать правую клавишу мыши над выделенным фрагментом.

Для удаления отдельных символов или пустых полей в редактируемом файле, как правило, используют кнопки Delete и BackSpace на клавиатуре. Для удаления больших фрагментов (текста или последовательность полей) достаточно их выделить с помощью кнопок клавиатуры или мыши и нажать на клавиатуре кнопку Delete.

Каждое поле (командное, текстовое, поле вывода) может состоять из нескольких строк (рис. 1.8). В поле вывода строки добавляются только автоматически так, чтобы можно было полностью отобразить все результаты вычислений. В командном и текстовом полях **дополнительные строки** можно вставлять вручную. Для добавления строк в текстовом поле достаточно расположить курсор в соответствующем месте существующей строки этого поля и нажать на клавиатуре кнопку Enter необходимое количество раз. Для добавления дополнительных строк в командное поле следует нажать на клавиатуре сочетание кнопок Shift – Enter соответствующее количество раз.



**Рис. 1.8.** Многострочные текстовое и командное поля. Однострочные и многострочные комментарии в командном поле

В *mn*-файле комментарии можно писать не только в текстовых полях, но и в командных. Набор символов, написанный в командном поле, будет считаться комментарием (не будет учитываться при выполнении), если он расположен либо после оператора `//`, либо между операторами `/*` и `*/`. Действие оператора `//` распространяется до конца строки командного поля, в которой он написан. Действие оператора `/*` распространяется до оператора `*/`, который может быть расположен в той же или одной из следующих строк того же командного поля, где используется оператор `/*`. То есть, в отличие от оператора `//`, операторы `/*` и `*/` позволяют комментировать сразу несколько строк программного кода в пределах одного командного поля (рис. 1.8). Поэтому комментарии, написанные с помощью оператора `//`, считаются однострочными, а комментарии, написанные с помощью операторов `/*` и `*/`, – многострочными. И в том и в другом случае цвет и начертание шрифта символов, помеченных как комментарии в командном поле, автоматически НЕ ИЗМЕНЯЕТСЯ.

Если в процессе редактирования в файле необходимо оставить только программный код, все поля вывода можно удалить, выбрав в разделе *Edit* главного меню команду *Delete All Outputs*. Для удаления одного поля вывода, пристыкованного к командному полю, в котором в данный

---

момент находится курсор, можно использовать команду Delete Output из раздела Edit главного меню.

Кнопка Save на стандартной панели инструментов позволяет сохранить открытый в активном окне MuPAD файл на рабочем диске компьютера. Раздел File главного меню позволяет также воспользоваться для сохранения файла командами Save, Save as... и Export.

Для быстрого выполнения сохранения команды Save и Save as... дублируются комбинациями кнопок клавиатуры: Ctrl-S и Ctrl-Shift-S соответственно. Команду Export можно вызвать только через раздел File главного меню. Каждая из команд Save, Save as... и Export применяется только к файлу, расположенному в активном окне.

*При первоначальном сохранении программы* результаты применения команд Save и Save as... не отличаются. В обоих случаях появится диалоговое окно, содержащее поле для ввода имени файла, а также информацию об уже существующих файлах и их расположении.

*При повторном сохранении программы* результаты применения команд Save и Save as... существенно отличаются. Повторное использование команды Save для сохранения программы с заданным именем файла приводит к сохранению новой версии программы с прежним именем файла. Использование команды Save as... для сохранения программы с уже заданным именем файла приведет к появлению еще одного файла, название которого следует ввести в появившемся диалоговом окне.

Команда Export из раздела File главного меню позволяет конвертировать текст программы вместе с полученными в ней результатами, графиками и комментариями в один из трех форматов: pdf, html или txt. Это позволяет организовать просмотр результатов, выполненных в MuPAD, вычислений без использования этого приложения.

## 1.5. Выполнение вычислений

Чтобы обеспечить сохранность текста набранной или измененной программы, перед выполнением ее необходимо сохранить на диске компьютера!

Символьные вычисления, запрограммированные в mn-файле, в приложении MuPAD выполняются построчно в порядке их следования в файле. Чтобы выполнить весь программный код файла, открытого в активном окне MuPAD, необходимо в разделе Notebook главного меню





этого окна выбрать команду Evaluate All. Выполнение программного кода будет происходить последовательно, начиная с первого командного поля, заканчивая последним. Переход от одного командного поля к другому происходит автоматически. Текстовые поля при этом пропускаются. Перед выполнением очередного командного поля пристыкованное к нему поле вывода автоматически удаляется, а после завершения вычислений добавляется вновь, отображая полученные результаты. Далее MuPAD переходит к выполнению следующего командного поля. Если записанные в каком-то из полей вычисления выполнить не удалось, в соответствующем поле вывода появится сообщение об ошибке, начинающееся со слова «Error», за которым следует описание ошибки. На этом выполнение вычислений прерывается.

Результаты всех успешно выполненных вычислений не только отображаются в соответствующих полях вывода, но и сохраняются в памяти MuPAD. При попытке повторного (без очистки памяти) выполнения сделанных ранее вычислений в поле вывода отображаются извлеченные из памяти MuPAD результаты, а повторные вычисления не проводятся.

Для выполнения вычислений, запрограммированных в отдельном командном поле mn-файла, необходимо поместить курсор в любое место этого поля или соответствующего ему поля вывода и нажать на клавиатуре кнопку Enter или на стандартной панели инструментов – кнопку Evaluate (или команду Evaluate в разделе Notebook главного меню). В этом случае MuPAD попытается выполнить запрограммированные в соответствующем командном поле вычисления, независимо от того, выполнялись ли вычисления, написанные выше и ниже данного командного поля, или нет. Но при выполнении этих вычислений будут учтены все полученные ранее (по времени) результаты, хранящиеся в памяти MuPAD. После успешного выполнения вычислений курсор автоматически переходит к командному полю, написанному в файле вслед за выполненным. Это позволяет выполнять отладку программы параллельно с ее написанием: после ввода каждого фрагмента кода нажимают кнопку Enter на клавиатуре для его выполнения и контроля полученных результатов, после чего вводят код в следующее поле. Следует заметить, что если, нажав кнопку Enter, выполнить программный код, записанный в командном поле, являющемся последним в данный момент в файле, после выполнения вычислений в файл автоматически будет добавлено еще одно командное поле вслед за выполненным.

---

Если в процессе выполнения программы (или ее отдельного поля) возникает необходимость прервать вычисления, можно воспользоваться кнопкой `Stop` на стандартной панели инструментов или командой `Stop` в разделе `Notebook` главного меню, а также кнопкой `Pause` на клавиатуре.

После завершения вычислений файл программы содержит и программный код, и пояснения к нему (если они были написаны в текстовых полях), и результаты вычислений. В таком виде файл может быть сохранен. Когда в дальнейшем такой файл будет вновь открыт в приложении `MuPAD`, он по-прежнему будет содержать не только программный код и текстовые пояснения к нему, но и последние сохраненные результаты.

Обратите внимание, что при открытии `mn`-файла сохраненные результаты вычислений из файла в память `MuPAD` НЕ ЗАГРУЖАЮТСЯ. Результаты вычислений помещаются в память `MuPAD` только после непосредственного завершения вычислений во время текущей работы `MuPAD`. Поэтому прежде чем вносить изменения в написанную ранее программу, записанные в ней вычисления необходимо выполнить (например, с помощью кнопок `Evaluate` или `Evaluate All` из раздела `Notebook` главного меню). Только после этого хранящиеся в памяти `MuPAD` результаты станут доступны для использования в дальнейших вычислениях.

## 1.6. Встроенная справочная система

В разрешении различных затруднений, возникающих при разработке программ, программисту может помочь встроенная справочная система среды `MatLab (Help)`. При обращении к справочной системе `MatLab` из приложения `MuPAD` она выводит информацию о стандартных командах и функциях для выполнения символьных вычислений и численных расчетов, доступных в `MuPAD`, а также об используемых в этом приложении зарезервированных словах и операторах. Вызов справочной системы осуществляется либо с помощью кнопки `Help` на стандартной панели инструментов, либо с помощью команды `Open Help` из раздела `Help` главного меню, либо с помощью кнопки `F1` на клавиатуре. Информацию о какой-либо стандартной функции (или команде) можно получить

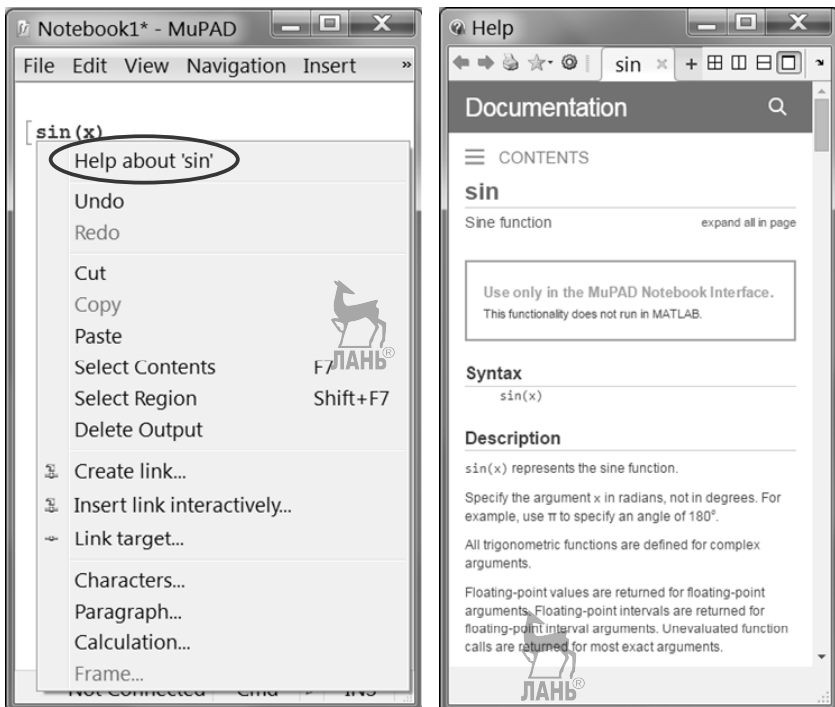


Рис. 1.9. Контекстный вызов справочной информации в MuPAD

(рис. 1.9), выполнив однократный щелчок правой клавишей мыши над написанным в тексте программы названием этой функции (команды) и выбрав из раскрывшегося контекстного меню пункт Help about '...'.

## АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ ФУНКЦИЙ И ОПЕРАТОРОВ MURAD

\$	. 92, 150, 155, 362, 367	eval	..... 89, 109
*/	..... 14	evalAt	..... 87
/*	..... 14	expand	..... 97
//	..... 14	expose	..... 390
:=	..... 31	expr	..... 172, 173
->	..... 43	expr2text	..... 346
append	..... 371	factor	..... 98
args	..... 388	factorout	..... 97
array	..... 364	FALSE	..... 25
assume	..... 111	fclose	..... 351
assumeAlso	..... 113	finput	..... 353
assuming	..... 114	float	..... 79
asympt	..... 170	fname	..... 351
bernstein	..... 333	fopen	..... 349
card	..... 371	for	..... 378
case	..... 376	fprint	..... 354
CATALAN	..... 25	frandom	..... 336
coerce	..... 203, 242	fread	..... 358
collect	..... 99	freeze	..... 110
combine	..... 101	ftextinput	..... 352
conjugate	..... 217	getprop	..... 113
curl	..... 255	gradient	..... 255
D	..... 150	hold	108, 144, 148, 154,
delete	..... 26		176, 178, 180
denom	..... 107	htranspose	..... 217
det	..... 220	I	..... 25
diff	..... 149	if	..... 373
DIGITS	..... 25, 127	ifactor	..... 99
discont	..... 159	indets	..... 103
divergence	..... 255	infinity	..... 25
E	..... 25	input	..... 343
EULER	..... 25		

int .....	173	linalg::ncols .....	213
interpolate .....	324	linalg::nonZeros ....	213
intlible::byparts .....	178	linalg::nrows .....	213
intlible::changevar ....	180	linalg::orthog .....	252
inverse .....	222	linalg::pascal .....	200
is .....	125, 215, 278	linalg::randomMatrix	201
isolate .....	116	linalg::rank .....	218
laplacian .....	255	linalg::row .....	206
length .....	367	linalg::scalarProduct	248
lhs .....	106	linalg::setCol .....	211
limit .....	146	linalg::setRow .....	211
linalg::addCol .....	209	linalg::stackMatrix .	212
linalg::addRow .....	209	linalg::submatrix ...	206
linalg::adjoint .....	222	linalg::substitute ..	211
linalg::angle .....	250	linalg::swapCol .....	208
linalg::basis .....	253	linalg::swapRow .....	208
linalg::charmat .....	241	linalg::toeplitz ....	200
linalg::charpoly .....	241	linalg::tr .....	218
linalg::col .....	206	linalg::transpose ...	217
linalg::concatMatrix .	212	linalg::vandermonde .	201
linalg::crossProduct .	249	linalg::vecdim .....	213
linalg::delCol .....	207	linsolve .....	137
linalg::delRow .....	207	lmonomial .....	172
linalg::det .....	220	matrix .....	192
linalg::eigenvalues ..	242	matrix::identity ....	200
linalg::eigenvectors .	243	max .....	370
linalg::expr2Matrix ..	234	min .....	370
linalg::factorLU .....	227	nops .....	103, 367
linalg::factorQR .....	230	normal .....	83
linalg::gaussElim ....	225	NOTEBOOKPATH .....	351
linalg::gaussJordan ..	226	nthmonomial .....	172
linalg::hilbert .....	201	numer .....	107
linalg::isHermitian ..	214	numeric::butcher ....	296
linalg::isPosDef .....	214	numeric::cubicSpline	327
linalg::isUnitary ....	214	numeric::det .....	220
linalg::matdim .....	213	numeric::eigenvalues	242
linalg::matlinsolve ..	235	numeric::eigenvectors	243
linalg::multCol .....	208	numeric::factorLU ...	227
linalg::multRow .....	208	numeric::factorQR ...	230

---

```

numeric::fsolve . 132, 140
numeric::gldata ..... 183
numeric::gtdata ..... 182
numeric::int ..... 187
numeric::inverse ..... 222
numeric::linsolve .... 137
numeric::matlinsolve . 235
numeric::ncdata ..... 182
numeric::
ode2vectorfield ..... 298
numeric::odesolve .... 300
numeric::odesolve2 ... 300
numeric::
odeToVectorField ..... 298
numeric::
polyrootbound ..... 128
numeric::polyroots ... 127
numeric::polysysroots 139
numeric::product ..... 146
numeric::quadrature .. 184
numeric::rank ..... 218
numeric::realroot ... 131
numeric::realroots ... 129
numeric::solve .. 134, 141
numeric::sum ..... 146
O ..... 166
ode ..... 267, 285
ode::evalOde ..... 279
ode::exponentialSolutions
..... 273
ode::getOrder ..... 265
ode::isLODE ..... 262
ode::mkODE ..... 261
ode::normalize ..... 264
ode::
polynomialSolutions .. 272
ode::
rationalSolutions .... 272
ode::series ..... 275
ode::solve ..... 268, 286
ode::vectorize ..... 263
op ..... 104
ORDER ..... 25, 167
partfrac ..... 83
PI ..... 25
piecewise ..... 47
plot ..... 51
plot::Curve2d ..... 63
plot::Function2d ..... 57
plot::Hatch ..... 69
plot::Line2d ..... 65
plot::Ode2d ..... 311
plot::PointList2d .... 65
plot::Polygon2d ..... 65
polles ..... 160
polylib::realroots .. 126
print ..... 345
proc ..... 49, 385
procname ..... 388
product ..... 142
radsimp ..... 85
random ..... 339
read ..... 360
repeat ..... 383
reset ..... 20
return ..... 387
revert ..... 371
rewrite ..... 94, 277
RGB::random ..... 57
rhs ..... 106
RootOf ..... 119
series ..... 171
simplify ..... 80, 116
Simplify .... 80, 82, 116
simplifyFraction ..... 83
simplifyRadical ..... 85
solve ..... 118, 141, 268
sort ..... 371

```

---

stats::normalRandom ..	340	TRUE .....	25
subs .....	88, 124, 278	type .....	26
subsex .....	91	unassume .....	113
sum .....	142	unfreeze .....	110
taylor .....	167	union .....	371
textInput .....	345	val .....	86, 108
time .....	393	while .....	381
transpose .....	217	write .....	356



---

## ЛИТЕРАТУРА

1. *MuPAD*: MatLab Documentation. [Электронный ресурс] URL: <http://www.mathworks.com/help/symbolic/mupad-1.html> (дата доступа 23.05.2019)
2. *Symbolic Math Toolbox*: MatLab Documentation. [Электронный ресурс] URL: <http://www.mathworks.com/help/symbolic/index.html> (дата доступа 23.05.2019)
3. *Дьяконов В. П.* MATLAB. Полный самоучитель. М.: ДМК Пресс, 2014. 768 с.
4. *Амос, Г.* MATLAB. Теория и практика. М.: ДМК Пресс, 2016. 416 с.
5. *Мещеряков В.В.* Задачи по математике с MATLAB&SIMULINK. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2007. 528 с.
6. *Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н.* MATLAB 7. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 1104 с.
7. *Половко А.М., Бутусов П.Н.* MatLab для студента. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 320 с.
8. *Корюкина Е.В.* Моделирование физических и биологических процессов в системе MAPLE 11: Учебно-методический комплекс. Томск: Институт дистанционного образования Томского государственного университета, 2008. [Электронный ресурс] URL: <http://ido.tsu.ru/cd-dvd/0/1801/> Доступ из сети ТГУ. (Дата доступа 23.05.2019)
9. *Ревинская О.Г.* Основы программирования в MatLab: Учебное пособие. СПб.: БХВ-Петербург, 2016. 208 с.
10. *Ревинская О.Г.* Введение в практикум по вычислительной математике. Интерполяция и аппроксимация. Решение нелинейных уравнений и их систем. Численное интегрирование и дифференцирование: учебное пособие. Томск: Изд-во НТЛ, 2012. 236 с.
11. *Авдюшев В.А.* Численные методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ): Учебно-методический комплекс. Томск: Институт дистанционного образования Томского государственного университета, 2009. [Электронный ресурс] URL: <http://ido.tsu.ru/cd-dvd/0/2488/> Доступ из сети ТГУ. (Дата доступа 23.05.2019)



---

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие .....	3
<b>Глава 1. Приложение MuPAD – пакет расширения MatLab для выполнения символьных вычислений .....</b>	<b>4</b>
1.1. Приложение MuPAD .....	5
1.2. Запуск приложения MuPAD .....	6
1.3. Интерфейс приложения MuPAD .....	7
1.4. Создание, редактирование, сохранение mп-файла .....	13
1.5. Выполнение вычислений .....	16
1.6. Встроенная справочная система .....	18
<b>Глава 2. Основные элементы языка и средства программирования в MuPAD .....</b>	<b>20</b>
2.1. Структура программы .....	20
2.2. Идентификаторы .....	21
2.3. Константы и переменные .....	25
2.4. Математические и логические операции .....	29
2.5. Выражения, уравнения и неравенства .....	30
2.6. Присвоение значений переменным .....	32
2.7. Функции .....	35
2.7.1. Стандартные функции .....	36
2.7.2. Нестандартные функции .....	43
<b>Глава 3. Графические возможности MuPAD .....</b>	<b>52</b>
3.1. График функции одной переменной .....	58
3.2. График параметрически заданной функции .....	63
3.3. Графическое представление дискретного множества точек .....	66
3.4. График нескольких функции одной переменной .....	70
3.5. График функции двух переменных .....	74
3.6. Анимация .....	76
<b>Глава 4. Аналитические преобразования математических выражений, уравнений, неравенств .....</b>	<b>79</b>
4.1. Упрощение выражений, уравнений, неравенств .....	81
4.2. Подстановка .....	86
4.3. Запись выражения, уравнения, неравенства через другие элементарные функции .....	95
4.4. Раскрытие скобок и вынесение общих множителей .....	97

4.5. Преобразование отдельных составляющих частей выражений, уравнений, неравенств .....	103
4.6. Отложенные вычисления .....	108
4.7. Ограничение свойств переменных .....	111
<b>Глава 5. Решение алгебраических и трансцендентных уравнений (неравенств) и их систем .....</b>	<b>116</b>
5.1. Аналитическое решение уравнений и неравенств .....	117
5.2. Численное решение уравнений .....	128
5.3. Решение систем уравнений, неравенств .....	138
<b>Глава 6. Решение задач математического анализа.....</b>	<b>143</b>
6.1. Вычисление сумм и произведений .....	143
6.2. Вычисление пределов .....	147
6.3. Дифференцирование .....	150
6.4. Исследование функции .....	155
6.4.1. Поиск экстремумов функции .....	155
6.4.2. Поиск точек перегиба функции .....	159
6.4.3. Поиск особых точек функции .....	160
6.4.4. Построение касательных и асимптот .....	163
6.5. Разложение функции в ряд .....	165
6.6. Интегрирование .....	174
6.6.1. Аналитическое вычисление интегралов .....	174
6.6.2. Численное интегрирование .....	182
6.6.3. Площадь фигуры под кривой .....	189
6.6.4. Площадь плоской фигуры, заключенной между двумя кривыми .....	189
6.6.5. Положение центра инерции плоской фигуры .....	190
<b>Глава 7. Решение задач линейной алгебры.....</b>	<b>192</b>
7.1. Матрицы и векторы (создание) .....	192
7.1.1. Создание матрицы произвольного вида .....	193
7.1.2. Создание матриц стандартного вида .....	199
7.2. Изменение матрицы (вектора) .....	205
7.3. Свойства матрицы (вектора) .....	213
7.4. Операции с матрицами (векторами) .....	216
7.5. Применение матриц (векторов) .....	232
7.5.1. Вычисление миноров .....	232
7.5.2. Решение систем линейных уравнений. Решение матричных уравнений .....	233



7.5.3. Собственные векторы и собственные значения матрицы .....	241
7.5.4. Векторы и векторные поля .....	248
<b>Глава 8. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем .....</b>	<b>260</b>
8.1. Аналитическое решение обыкновенного дифференциального уравнения .....	266
8.1.1. Общее и частное решение обыкновенного дифференциального уравнения .....	266
8.1.2. Фундаментальная система решений линейного однородного обыкновенного дифференциального уравнения .....	273
8.1.3. Решение обыкновенного дифференциального уравнения в виде разложения в ряд .....	276
8.1.4. Проверка достоверности решений обыкновенного дифференциального уравнения .....	278
8.1.5. Графическое представление решения обыкновенного дифференциального уравнения .....	281
8.2. Аналитическое решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений .....	285
8.3. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем .....	292
8.3.1. Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений .....	292
8.3.2. Применение методов численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений .....	299
8.3.3. Графическое представление численного решения обыкновенного дифференциального уравнения .....	310
<b>Глава 9. Интерполяция и полиномиальное представление функций .....</b>	<b>324</b>
9.1. Интерполяция Лагранжа .....	324
9.2. Кубические сплайны .....	327
9.3. Представление аналитической функции полиномами в форме Бернштейна .....	333
<b>Глава 10. Элементы структурного программирования .....</b>	<b>337</b>
10.1. Генераторы случайных чисел .....	337
10.2. Ввод информации с клавиатуры в диалоговом режиме .....	344
10.3. Вывод информации .....	346

10.4. Использование внешних файлов для сохранения и загрузки информации .....	349
10.4.1. Обращение к файлу .....	350
10.4.2. Чтение данных из файла.....	353
10.4.3. Запись данных в файл.....	355
10.4.4. Сохранение в файле и загрузка из файла переменных MuPAD.....	357
10.4.5. Сохранение в текстовом файле и загрузка из него команд MuPAD .....	360
10.5. Индексированные переменные .....	361
10.5.1. Строки, последовательности, списки и множества .....	362
10.5.2. Массивы и таблицы .....	365
10.5.3. Преобразование индексированных переменных.....	368
10.6. Операторы условного перехода .....	373
10.6.1. Оператор условного перехода IF .....	373
10.6.2. Оператор выбора CASE.....	377
10.7. Операторы цикла .....	379
10.7.1. Оператор FOR-цикла .....	379
10.7.2. Оператор цикла WHILE .....	382
10.7.3. Оператор цикла REPEAT .....	384
10.8. Нестандартные функции.....	385
10.9. Контроль продолжительности вычислений .....	394
<b>Глава 11. Символьные вычисления в m-файлах .....</b>	<b>396</b>
11.1. Символьные переменные и выражения.....	401
11.2. Символьные функции .....	408
11.3. Управление из MatLab выполнением программ, написанных в MuPAD .....	414
11.4. Стандартные функции MatLab для выполнения символьных вычислений.....	420
11.4.1. Элементарные и специальные математические функции.....	421
11.4.2. Графики символьных функций.....	427
11.4.3. Аналитические преобразования математических выражений, уравнений, неравенств.....	431
11.4.4. Решение алгебраических и трансцендентных уравнений (неравенств) и их систем.....	437
11.4.5. Решение задач математического анализа .....	440
11.4.6. Решение задач линейной алгебры .....	445

11.4.7. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем .....	453
11.4.8. Интерполяция и полиномиальное представление аналитических функций.....	460
11.4.9. Аппроксимация .....	463
11.5. Элементы структурного программирования .....	474
<b>Глава 12. Задания для самостоятельного выполнения на компьютере .....</b>	<b>483</b>
Тема 1. Выражения, функции. Графики функций.....	484
Тема 2. Аналитические преобразования выражений, уравнений, неравенств .....	485
Тема 3. Решение алгебраических и трансцендентных уравнений (неравенств) и их систем .....	488
Тема 4.1. Решение задач математического анализа .....	491
Тема 4.2. Решение задач математического анализа (продолжение).....	495
Тема 5. Решение задач линейной алгебры .....	499
Тема 6. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем .....	502
Тема 7. Интерполяция и полиномиальное представление функций .....	507
Тема 8. Программирование в MuPAD .....	510
Тема 9. Символьные вычисления в MatLab .....	512
Алфавитный указатель функций и операторов MuPAD .....	518
Литература.....	522



---

*Ольга Геннадьевна РЕВИНСКАЯ*  
**СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В МАТЛАВ**  
Учебное пособие



Зав. редакцией литературы по информационным  
технологиям и системам связи *О. Е. Гайнутдинова*  
Корректор *О. В. Шилкова*  
Выпускающий *Н. А. Крылова*

ЛР № 065466 от 21.10.97  
Гигиенический сертификат 78.01.10.953.П.1028  
от 14.04.2016 г., выдан ЦГСЭН в СПб

**Издательство «ЛАНЬ»**  
lan@lanbook.ru; www.lanbook.com  
196105, Санкт-Петербург, пр. Ю. Гагарина, д. 1, лит. А.  
Тел./факс: (812) 336-25-09, 412-92-72.  
Бесплатный звонок по России: 8-800-700-40-71

**ГДЕ КУПИТЬ**

**ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИЙ:**

*Для того, чтобы заказать необходимые Вам книги, достаточно обратиться  
в любую из торговых компаний Издательского Дома «ЛАНЬ»:*

**по России и зарубежью**  
«ЛАНЬ-ТРЕЙД». 196105, Санкт-Петербург, пр. Ю. Гагарина, д. 1, лит. А.  
тел.: (812) 412-85-78, 412-14-45, 412-85-82; тел./факс: (812) 412-54-93  
e-mail: trade@lanbook.ru; ICQ: 446-869-967

**www.lanbook.com**  
пункт меню «Где купить»  
раздел «Прайс-листы, каталоги»

**в Москве и в Московской области**  
«ЛАНЬ-ПРЕСС». 109387, Москва, ул. Летняя, д. 6  
тел.: (499) 722-72-30, (495) 647-40-77; e-mail: lanpress@lanbook.ru

**в Краснодаре и в Краснодарском крае**  
«ЛАНЬ-ЮГ». 350901, Краснодар, ул. Жлобы, д. 1/1  
тел.: (861) 274-10-35; e-mail: lankrd98@mail.ru

**ДЛЯ РОЗНИЧНЫХ ПОКУПАТЕЛЕЙ:**

*интернет-магазин*  
**Издательство «Лань»:** <http://www.lanbook.com>  
*магазин электронных книг*  
**Global F5:** <http://globalf5.com/>

Подписано в печать 10.08.20.  
Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Печать офсетная. Усл. п. л. 33,00. Тираж 30 экз.

Заказ № 868-20.

Отпечатано в полном соответствии  
с качеством предоставленного оригинал-макета  
в АО «Т8 Издательские Технологии».  
109316, г. Москва, Волгоградский пр., д. 42, к. 5.