

РЕВИНСКАЯ О.Г.

## ОСОБЕННОСТИ МЕТОДИКИ ИЗУЧЕНИЯ НОРМАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИИ СВЕТА БЕЗ ГОНИОМЕТРА

Томск, Национальный исследовательский Томский политехнический университет

Традиционно для изучения нормальной дисперсии света в лабораторном практикуме курса общей физики используются треугольная призма и гониометр. Гониометр позволяет измерять угол между двумя лучами, проходящими через центр предметного столика. Ось симметрии равнобедренной треугольной призмы совмещают с центром предметного столика. Геометрическое продолжение падающего и вышедшего из призмы лучей будут пересекаться на оси симметрии призмы, а, следовательно, в центре предметного столика, только в случае симметричного хода лучей через призму (углы наклона падающего и вышедшего из призмы лучей по отношению к соответствующим граням призмы одинаковы). Если ход лучей через призму несимметричный, то лучи пересекаются в точке, отличной от центра предметного столика – измерения в этих условиях проводить нельзя. Исходя из этих особенностей устройства прибора, рабочие формулы для расчета показателя преломления обычно выводятся для симметричного хода лучей.

Но для того, чтобы добиться симметричного хода экспериментатор должен иметь определенные критерии. В качестве критерия рассматривают угол между падающим лучом и лучом, вышедшим из призмы (угол отклонения света от первоначального направления). В теории доказывается, что этот угол при симметричном ходе лучей будет минимальным. Однако, как ведет себя угол отклонения света от первоначального направления при приближении к минимуму и почему, не обсуждается.

Этот вопрос можно было бы изучить, выполнив измерения для несимметричного хода лучей через призму. Это позволило бы, в частности, объяснить, почему угол между

падающим и вышедшим лучами вблизи минимума не изменяется в некоторых пределах.

Студенты не имеют опыта исследования угла отклонения света, прошедшего через треугольную призму, и на гониометре выполнить эти исследования невозможно. Для этого необходим другой прибор и постановка эксперимента. Знания, полученные в результате такого исследования, послужили бы обоснованием методики измерений на гониометре и позволили бы студентам осознано и эффективно пользоваться предлагаемым им критерием, от реализации которого полностью зависит выполнение экспериментов с использованием гониометра. Поэтому перед выполнением лабораторной работы по изучению нормальной дисперсии света с использованием гониометра необходимо выполнить исследования, не ограничивающиеся симметричным ходом луча света через призму.

Рассмотрим физические основания для такого исследования и их методическую ценность для изучения законов линейной оптики и нормальной дисперсии света.

### *Несимметричный ход лучей через треугольную призму*

Законы линейной оптики хорошо описывают ход луча света через треугольную призму, но в большинстве учебников при рассмотрении данного вопроса ограничиваются симметричным ходом лучей.

Рассмотрим равнобедренную треугольную призму, проходя через которую луч света преломляется дважды (рис. 1) при переходе из вакуума в среду с показателем преломления  $n$ , и обратно. Угол  $\delta$  между гранями призмы, через которые свет входит и выходит из призмы, называется преломляющим углом призмы.

Пусть луч света падает на левую грань призмы под углом  $\alpha_1$  к нормали. Согласно закону преломления луч внутри призмы будет двигаться под углом  $\beta_1$  к нормали левой грани и соответственно под углом  $\beta_2$  к нормали правой грани.

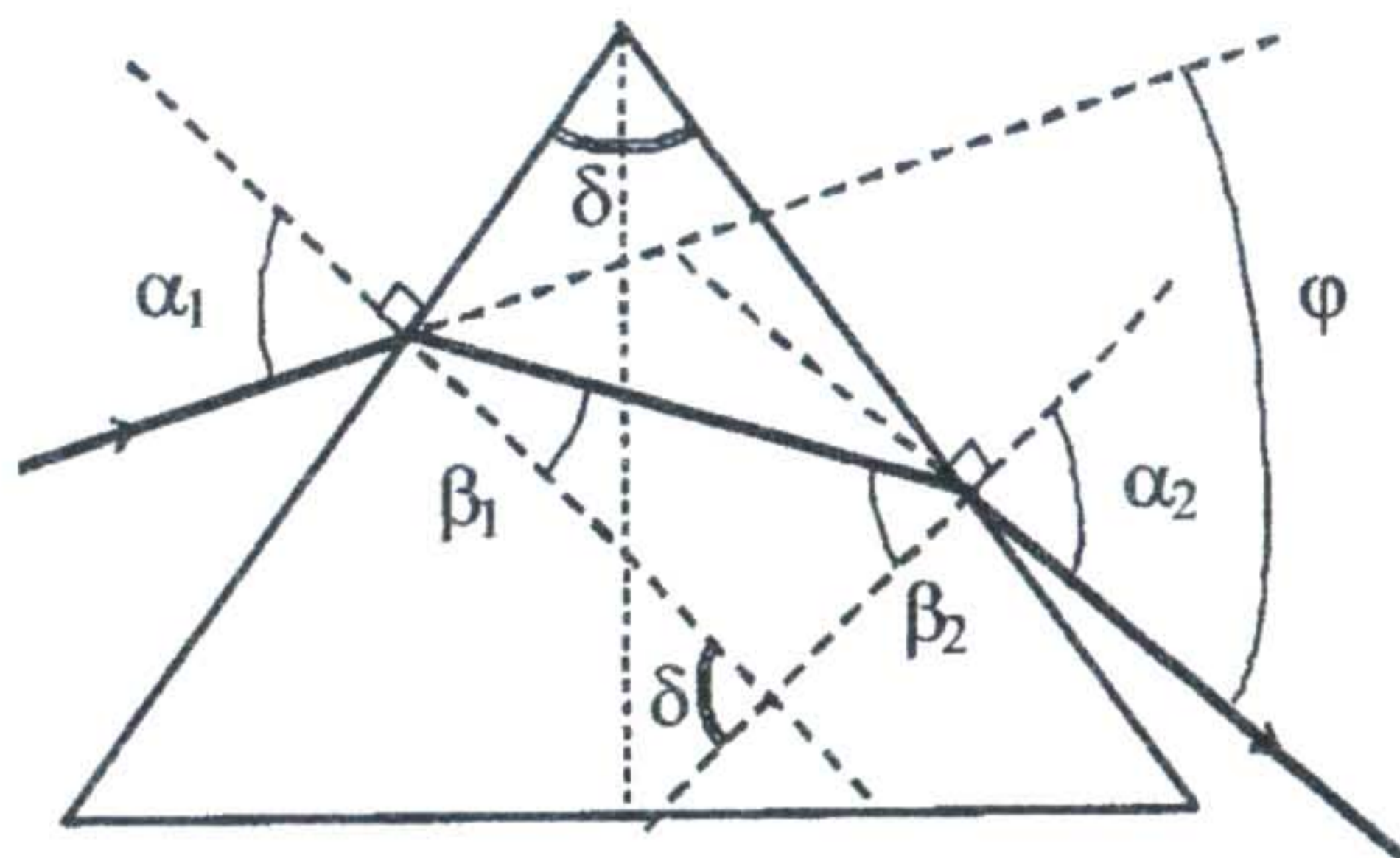


Рис. 1

После преломления на правой грани луч выйдет из призмы под углом  $\alpha_2$  к нормали правой грани. Тогда согласно закону преломления света:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = n, \quad \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} = n.$$

На практике используют призмы небольшого размера, поэтому углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$  (внутри призмы) плохо поддаются практическим измерениям. Однако можно выразить показатель преломления  $n$  через внешние углы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  с учетом тригонометрических тождеств, исключив углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$ . Из треугольника, образованного лучом света и нормальями к правой и левой граням, видно, что:

$$\beta_1 + \beta_2 = \delta.$$

Тогда, например,  $\beta_2 = \delta - \beta_1$ .

Из закона преломления света на правой и левой гранях призмы:

$$n = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2}$$

следует:

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1}.$$

Из тригонометрии известно, что:

$$\sin \beta_2 = \sin(\delta - \beta_1) = \sin \delta \cos \beta_1 - \cos \delta \sin \beta_1.$$

Тогда:

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1} = \frac{\sin \delta \cos \beta_1 - \cos \delta \sin \beta_1}{\sin \beta_1} = \sin \delta \operatorname{ctg} \beta_1 - \cos \delta.$$

Из полученной формулы выразим:

$$\operatorname{ctg} \beta_1 = \frac{\sin \alpha_2 + \sin \alpha_1 \cos \delta}{\sin \alpha_1 \sin \delta}.$$

Учитывая тригонометрические тождества

$$\cos^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_1 = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\sin^2 \beta_1} = 1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_1$$

и полученную зависимость между углами

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin^2 \beta_1} &= 1 + \frac{(\sin \alpha_2 + \sin \alpha_1 \cos \delta)^2}{\sin^2 \alpha_1 \sin^2 \delta} = \\ &= \frac{\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + 2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \delta}{\sin^2 \alpha_1 \sin^2 \delta}, \end{aligned}$$

запишем закон преломления света на левой грани призмы

$$n = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1}$$

в виде:

$$n^2 = \frac{\sin^2 \alpha_1}{\sin^2 \beta_1}$$

и подставим полученное выражение для  $1 / (\sin^2 \beta_1)$ :

$$n^2 = \frac{\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + 2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \delta}{\sin^2 \delta}$$

или:  $\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + 2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \delta = n^2 \sin^2 \delta.$

Полученная формула связывает показатель преломления  $n$  с углами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  (углы под которыми луч света падет на призму и выходит из нее) как при симметричном ходе лучей, так и при несимметричном. При симметричном ходе лучей ( $\alpha_1 = \alpha_2$ ) выражение для показателя преломления существенно упрощается, но теряется основа для анализа.

*Зависимость угла отклонения луча света  $\varphi$   
от преломляющего угла призмы  $\delta$*

Сначала, чтобы на основе полученного выражения проанализировать, как угол  $\alpha_2$  зависит от преломляющего угла призмы  $\delta$ , выразим  $\sin \alpha_2$  в виде:

$$\sin \alpha_2 = \sin \delta \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} - \sin \alpha_1 \cos \delta.$$

Из физического смысла показателя преломления  $n$  следует, что для всех сред (кроме вакуума)  $n > 1$ .

Выражение в правой части по модулю должно быть не больше единицы, т.к. по определению:

$$|\sin \alpha_2| \leq 1.$$

Тогда луч пройдет через призму. Если величина:

$$\sin \delta \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} - \sin \alpha_1 \cos \delta$$

по модулю больше единицы, то луч света не может выйти из призмы. Это математическое представление такого явления как полное внутреннее отражение (преломление света на правой грани призмы не наблюдается).

В условиях, когда полное внутреннее отражение НЕ наблюдается, проанализируем как угол  $\alpha_2$ , под которым луч выходит через правую грань призмы, зависит от преломляющего угла призмы  $\delta$  при постоянном угле  $\alpha_1$  падения света на левую грань призмы. Для упрощения анализа предположим, что все углы ( $\alpha_1, \alpha_2, \delta$ ) малы. Тогда можно считать, что:

$$\sin \alpha_1 \approx \alpha_1, \quad \sin \alpha_2 \approx \alpha_2, \quad \sin \delta \approx \delta, \quad \cos \delta \approx 1.$$

В этом случае:

$$\alpha_2 \approx \delta \sqrt{n^2 - \alpha_1^2} - \alpha_1.$$

Следовательно, чем больше преломляющий угол  $\delta$  призмы, тем больше угол  $\alpha_2$ , под которым луч выходит из правой грани призмы (при  $\alpha_1 = \text{const}$ ). Качественно эта зависимость справедлива также и для больших углов, но носит нелинейный характер.

Введем угол  $\varphi$  между падающим лучом и лучом, вышедшим из призмы, который называют углом отклонения света от первоначального направления при прохождении через призму. Из геометрии нетрудно показать, что  $\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 - \delta$  (рис. 1). Отсюда  $\alpha_2 = \varphi + \delta - \alpha_1$ . Следовательно, для малых углов:

$$\varphi \approx \delta \left( \sqrt{n^2 - \alpha_1^2} - 1 \right).$$

То есть чем больше преломляющий угол призмы  $\delta$ , тем сильнее луч света отклоняется от первоначального направления при прохождении через призму (при одном и том же угле падения  $\alpha_1$ ).

*Зависимость угла  $\varphi$  отклонения света от разности между углами наклона падающего и вышедшего лучей*

Для дальнейшего анализа введем угол  $\Delta = \alpha_1 - \alpha_2$ , который показывает насколько отклонение от нормали падающего луча больше, чем у вышедшего. Например, для симметричного хода лучей  $\alpha_1 = \alpha_2$  угол  $\Delta = 0$ . Тогда из двух уравнений  $\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 - \delta$  и  $\Delta = \alpha_1 - \alpha_2$  выразим углы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ :

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}(\varphi + \delta + \Delta), \quad \alpha_2 = \frac{1}{2}(\varphi + \delta - \Delta).$$

После тригонометрических преобразований полученное ранее выражение:

$$\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + 2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \delta = n^2 \sin^2 \delta$$

можно записать в виде:

$$1 - (\cos \Delta + \cos \delta) \cos(\varphi + \delta) + \cos \Delta \cos \delta = n^2 \sin^2 \delta.$$

Выразив  $\cos(\varphi + \delta)$ , получим:

$$\cos(\varphi + \delta) = \frac{1 - n^2 \sin^2 \delta + \cos \Delta \cos \delta}{\cos \Delta + \cos \delta}.$$

Для упрощения анализа опять же рассмотрим случай малых углов. Тогда:

$$\cos(\varphi + \delta) \approx 1 - \frac{(\varphi + \delta)^2}{2}, \quad \cos \Delta \approx 1 - \frac{\Delta^2}{2}, \quad \cos \delta \approx 1 - \frac{\delta^2}{2},$$

$$\sin \delta \approx \delta.$$

Подставив и приведя подобные, получим:

$$(\varphi + \delta)^2 \approx \delta^2 \frac{4n^2 - \Delta^2}{4 - \Delta^2 - \delta^2}$$

или

$$\varphi \approx \delta \left( \sqrt{\frac{4n^2 - \Delta^2}{4 - \Delta^2 - \delta^2}} - 1 \right).$$

Для малых углов очевидно, что:

$$4 - \Delta^2 - \delta^2 > 0, \text{ а } 4n^2 - \Delta^2 \neq 0.$$

Для фиксированной призмы ( $\delta = \text{const}$ ) угол отклонения  $\varphi$  луча от первоначального направления зависит от разницы  $\Delta$  между падающим и вышедшим лучами нелинейно. Исследуем эту зависимость на экстремум. Для этого вычислим производную:

$$\frac{d\varphi}{d\Delta} = \frac{\Delta \cdot \delta (4n^2 - 4 + \delta^2)}{(4n^2 - \Delta^2)^{1/2} (4 - \Delta^2 - \delta^2)^{3/2}}.$$

Всегда величина:  $4(n^2 - 1) + \delta^2 > 0$ .

Поэтому производная для отрицательных углов  $\Delta$  меньше нуля, для положительных – больше нуля, а при  $\Delta = 0$  – обращается в ноль. Следовательно, при  $\Delta = 0$  угол  $\varphi$  отклонения луча от первоначального направления имеет минимум.

Таким образом, при симметричном ходе лучей ( $\Delta = 0$ ) угол отклонения  $\varphi$  оказывается минимальным для света фиксированной длины волны. Качественно зависимость  $\varphi = \varphi(\Delta)$  справедлива также и для больших углов, но имеет более сложный характер.

### *Модель экспериментальной установки*

На основе проведенного расширенного анализа можно не только показать, что симметричному ходу лучей через призму соответствует минимальное отклонение луча света от первоначального направления, но и предложить принципиальную схему соответствующих экспериментальных исследований. Эта принципиальная схема была реализована нами в виде лабораторной работы по изучению моделей физических процессов на компьютере «Дисперсия света».

В данной работе средствами компьютерной графики моделируется прохождение луча света фиксированной длины волны через треугольную равнобедренную призму (рис. 2). Источник света можно перемещать в вертикальном направлении. Длину волны света можно менять в видимом диапазоне от 380 нм до 740 нм с шагом 1 нм. Для измерения углов наклона падающего и вышедшего из призмы луча (а также угла отклонения луча света) определяют тангенс угла наклона каждого луча по отношению к горизонтали с использованием вертикальной и горизонтальной линейки, цена деления которых 1 мм. При указанных условиях можно наблюдать дисперсию ряда натуральных и искусственных оптических стекол. Рассчитанные по полученным данным значения числа Аббе (коэффициента дисперсии) отличаются от табличных не более чем на 5–10%.



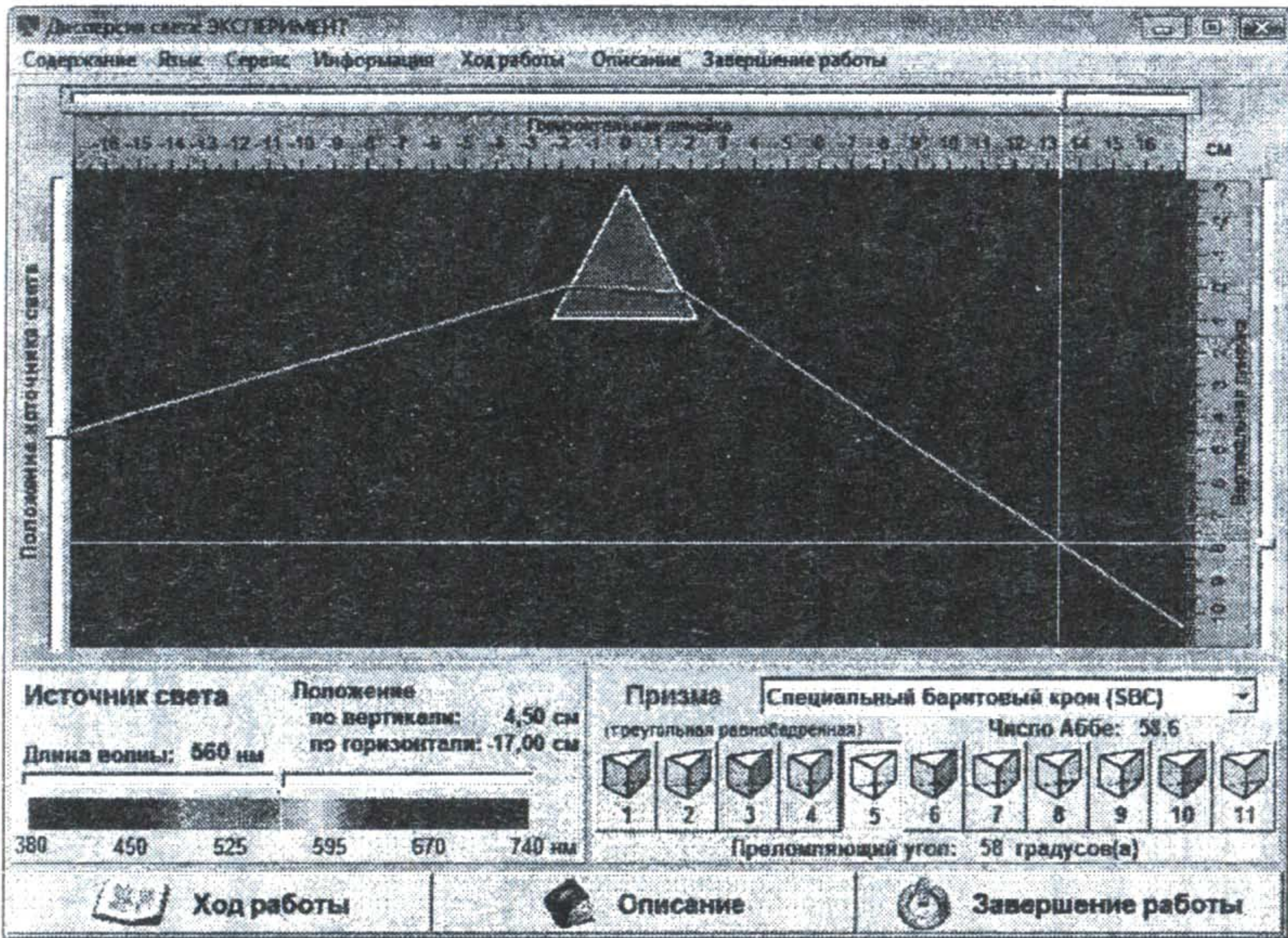


Рис. 2.

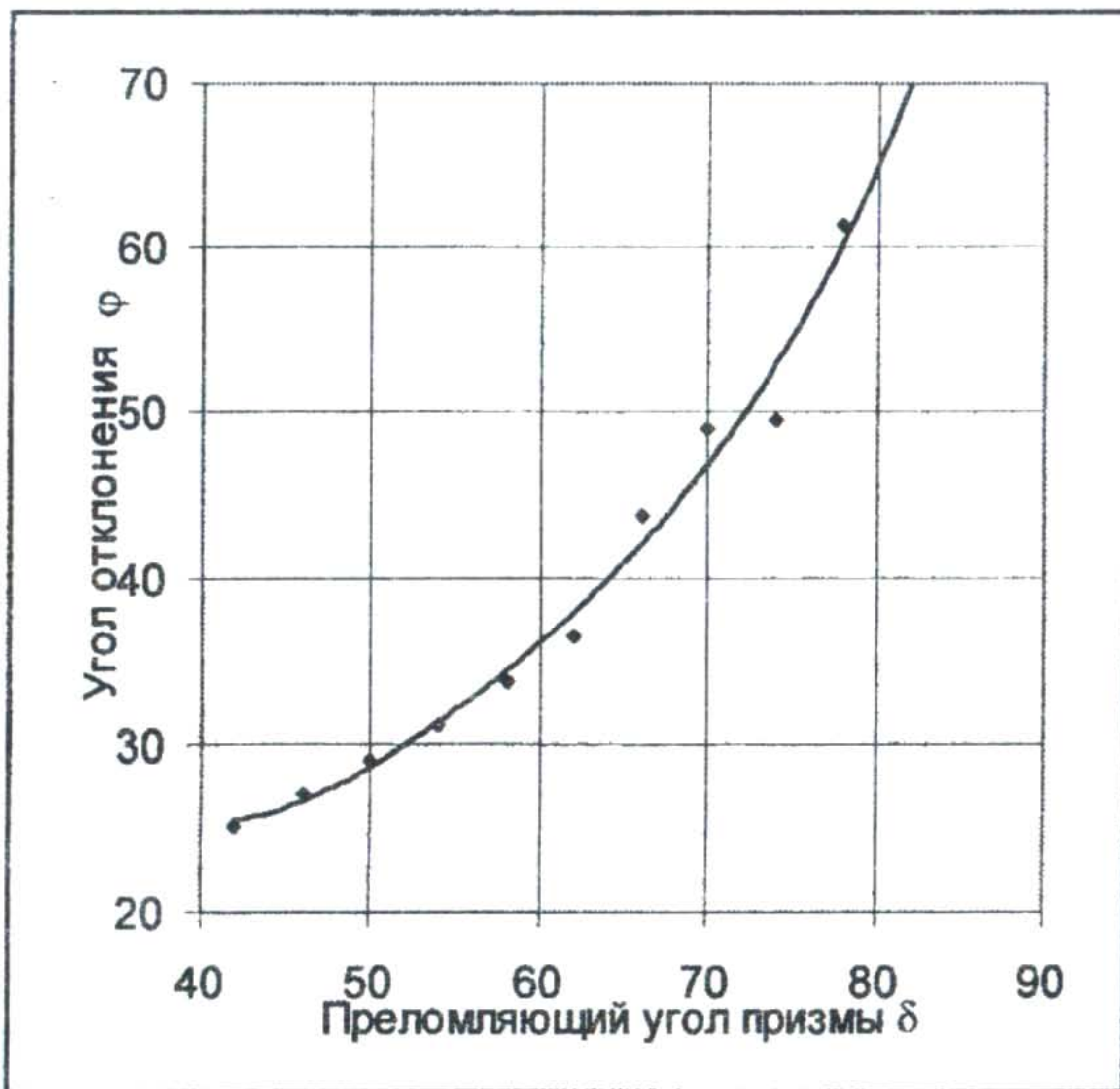


Рис. 3а.

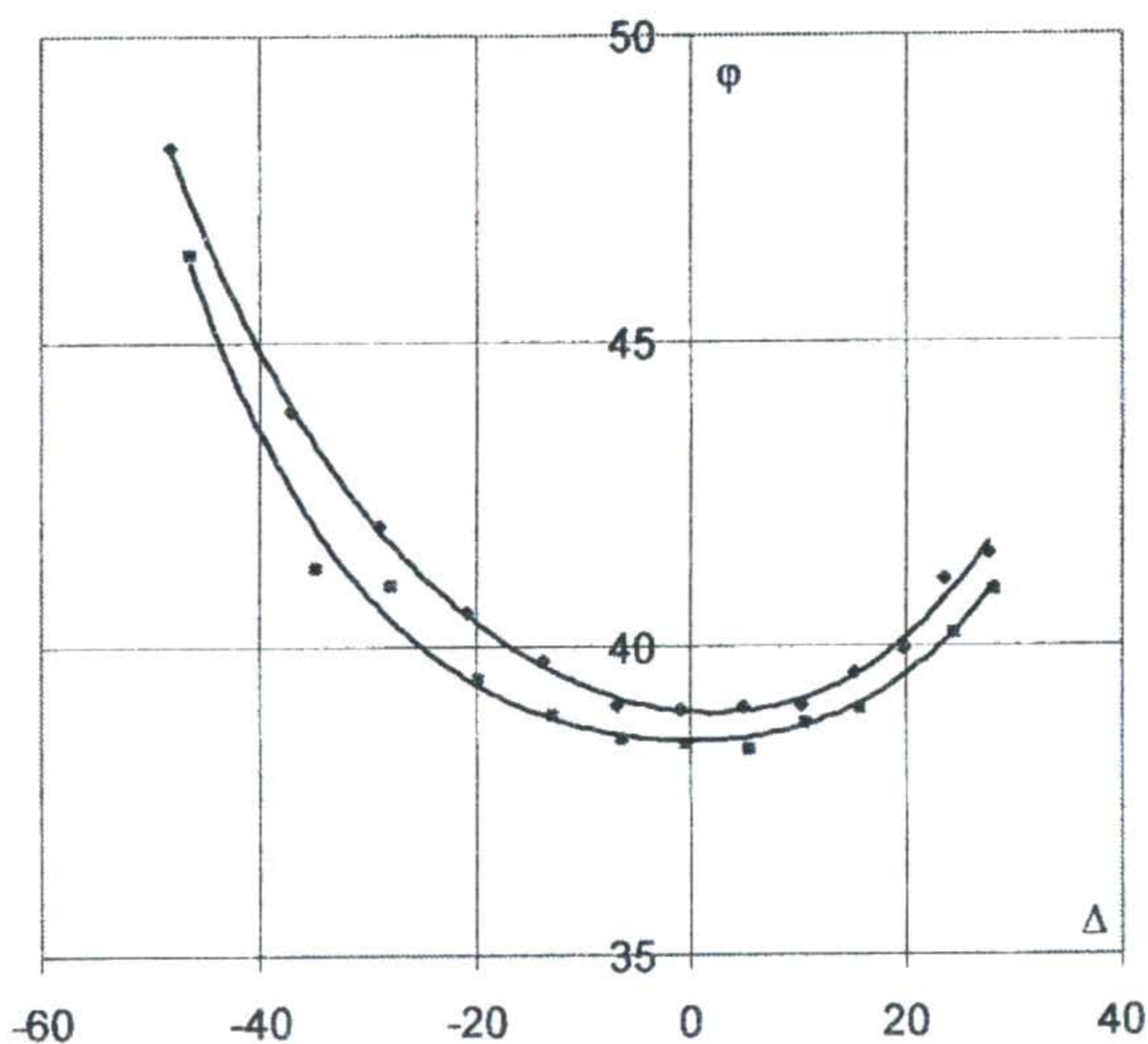


Рис. 36.

Так как теоретические формулы выведены только для малых углов, в работе исследования проводятся в несколько этапов. Вначале изучают зависимость угла отклонения луча света от преломляющего угла призмы, которую можно считать линейной только при малых углах. В работе исследования проводят для призм с большими преломляющими углами. Пример результатов этого исследования приведен на рисунке 3а для прохождения зеленого света (560 нм) через призмы из плавленого кварца. На рисунке 3б приведены результаты исследования зависимости угла отклонения света от разности между углами наклона падающего и вышедшего лучей для призмы из специального баритового крона с преломляющим углом  $50^\circ$  для голубого света (490 нм) и красного света (640 нм). Полученная зависимость имеет довольно широкий минимум вблизи нуля (при симметричном ходе лучей), что и осложняет его экспериментально обнаружение с помощью гониометра – при приближении к минимуму угол отклонения луча света от первоначального направления в некоторых пределах остается неизменным. Из проведенного исследования видно, что симметричный ход лучей соответст-

вует середине диапазона, в пределах которого угол отклонения луча света от первоначального направления является неизменным и минимальным. Минимальные углы отклонения для света разной длины волны отличаются на малую величину. Это связано с тем, что дисперсия относится к тонким физическим эффектам и для ее обнаружения требуется особая тщательность выполнения экспериментов.

На последнем этапе выполнения работы для получения кривой дисперсии проводят измерения на основе несимметричного хода лучей через призму. На рисунке 4 приведен пример для призмы из двойного экстраплотного флинта. По полученным результатам с помощью метода наименьших квадратов рассчитывают числовые коэффициенты в формуле Коши вида:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

и коэффициент дисперсии (число Аббе).

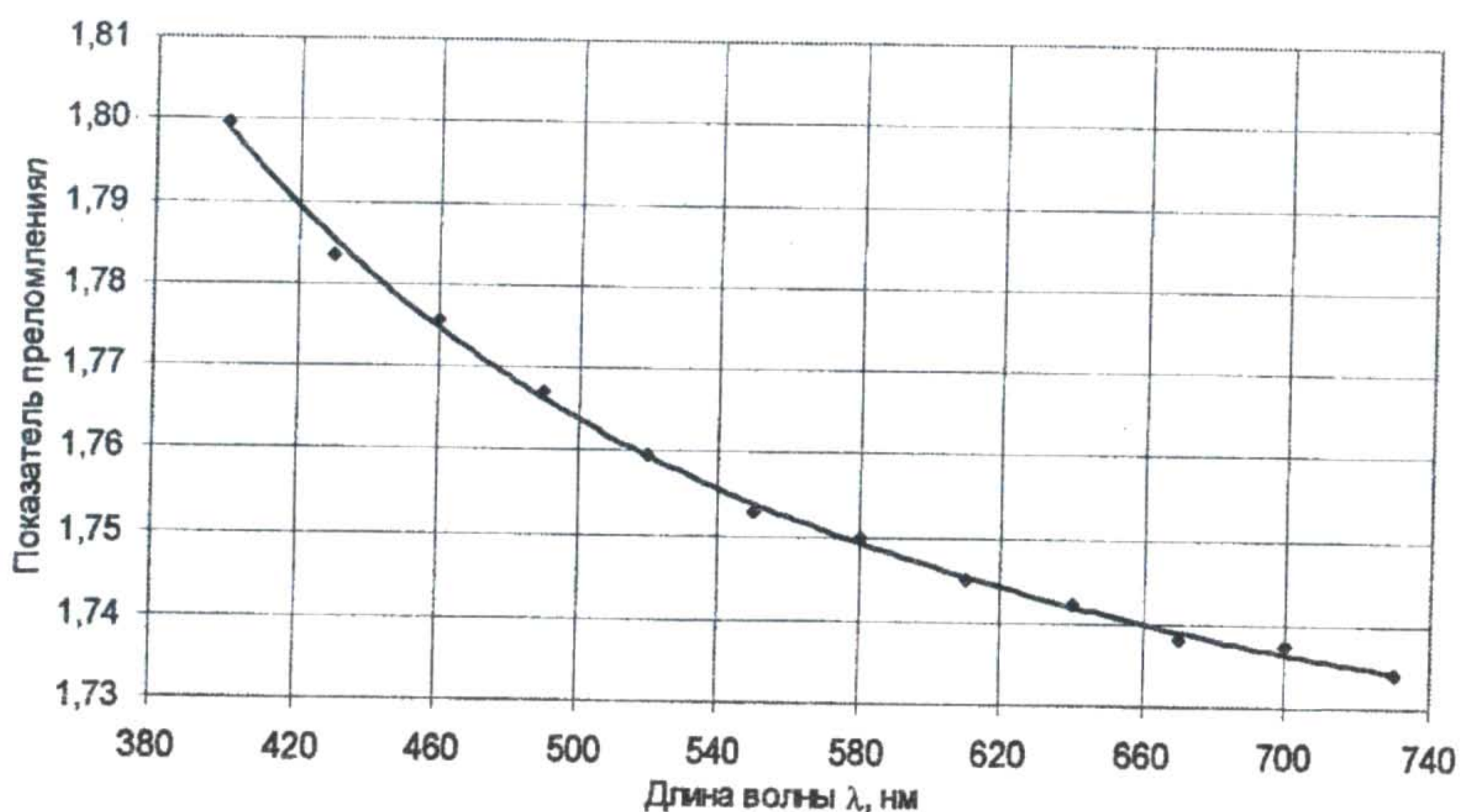


Рис. 4.

По мнению авторов, данная работа должна выполняться в комплексе с натурной лабораторной работой по изучению дисперсии света с помощью гониометра. С методиче-

ской точки зрения предложенный комплекс исследований теоретически и экспериментально обосновывает методику выполнения натурной работы, позволяет глубже понять принцип устройства прибора и постановки эксперимента.

Изучив и сравнив зависимость угла отклонения луча света от разности между углами наклона падающего и вышедшего луча для различных длин волн, студенты будут теоретически и морально подготовлены к тщательному выбору условий натурного эксперимента с использованием гониометра, обеспечивающего достоверность полученных ими экспериментальных данных (симметричного хода лучей через призму).

Сопоставив зависимость показателя преломления от длины волны на основе симметричного и несимметричного хода лучей через призму, студенты получают возможность сравнения результатов исследований, основанных на разных методиках анализа причин погрешности экспериментальных данных. Такой подход позволяет избежать формального отношения к выполнению работ лабораторного практикума, развивает аналитические способности студентов при изучении физики.

Комплексное применение натуральных и компьютерных лабораторных работ по одной тематике позволяет показать глубину и разносторонность физических исследований вообще и учебного лабораторного практикума, как модели физических исследований. При этом компьютерные работы не должны воспроизводить натурную экспериментальную установку, а, напротив, должны предоставлять возможность рассмотреть иные аспекты изучаемого явления, недоступные по каким-то причинам для натурного исследования, но влияющие на понимание проблемы в целом. Это способствует формированию у студентов целостной физической картины мира, практическому применению их компьютерной грамотности, как при выполнении работы, так и при обработке результатов эксперимента.