

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
Отделение естественных наук ШБИП

УТВЕРЖДАЮ
Директор ШБИП
_____ Д.В. Чайковский
«__» _____ 2022 г.

О.Г. Ревинская, С.И. Борисенко, Н.С. Кравченко

АНОМАЛЬНАЯ ДИСПЕРСИЯ СВЕТА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Учебно-методическое пособие по изучению моделей физических
процессов и явлений на компьютере
с помощью лабораторной работы № МодО–02
для студентов всех специальностей

Издательство
Томского политехнического университета
2022

УДК 53(076.5)
ББК 22.3я73
Р321

Р321 **Ревинская О.Г.**

Аномальная дисперсия света в полупроводниках: учебно-методическое пособие по изучению моделей физических процессов и явлений на компьютере с помощью лабораторной работы № МодО–02 для студентов всех специальностей / Ревинская О.Г., Борисенко С.И., Кравченко Н.С.; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2022. – 30 с.

УДК 53(076.5)
ББК 22.3я73

Учебно-методическое пособие рассмотрено и рекомендовано к изданию
методическим семинаром отделения естественных наук ШБИП
«___» _____ 20__ г.

Зав. ОЕН ШБИП
проф., доктор физ.-мат. наук

В.Ф. Пичугин

Председатель учебно-методической комиссии
доцент, канд. физ.-мат. наук

С.И. Борисенко

Рецензент
доктор физ.-мат. наук, профессор Томского политехнического
университета
В.Ф. Пичугин

© ФГБОУ ВПО НИ ТПУ, 2002–2022
© Ревинская О.Г., Борисенко С.И.,
Кравченко Н.С., 2002–2022
© Оформление. Издательство Томского
политехнического университета, 2022

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № МодО–02 ПО ИЗУЧЕНИЮ МОДЕЛЕЙ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ЯВЛЕНИЙ НА КОМПЬЮТЕРЕ

Аномальная дисперсия света в полупроводниках

Цель работы: экспериментальное изучение зависимости показателя преломления и показателя поглощения алмазоподобного полупроводника от длины волны падающего инфракрасного света. Определение частоты (длины волны) собственных колебаний и эффективного заряда ионов кристаллической решетки полупроводника.

1. Теоретическое содержание

Показатель преломления вещества n – безразмерная физическая величина, характеризующая отношение скорости света c в вакууме к фазовой скорости v распространения света (как электромагнитной волны) в веществе

$$n = \frac{c}{v}.$$

Дисперсия света – это явление зависимости показателя преломления вещества от длины волны (или частоты) света, или, что тоже самое, зависимость фазовой скорости распространения света в веществе от длины волны (или частоты).

Свет как электромагнитное излучение подразделяется на несколько диапазонов:

- ультрафиолетовое излучение (10 нм – 380 нм);
- видимое излучение (380 нм – 740 нм);
- инфракрасное излучение (740 нм – 1 мм).

В видимом диапазоне для всех прозрачных веществ показатель преломления n увеличивается с уменьшением длины волны λ света: $\frac{dn}{d\lambda} < 0$. В видимом диапазоне длина волны света увеличивается от фиолетового (380–440 нм) к красному (625–740 нм). То есть для оптически прозрачных сред красный свет имеет минимальный показатель преломления (максимальную скорость распространения), а фиолетовый – максимальный показатель преломления (минимальную скорость распространения). Такую дисперсию света называют **нормальной**. Экспериментально дисперсия (нормальная дисперсия) света открыта

И. Ньютоном около 1672 г., хотя теоретически была объяснена значительно позднее.

Дисперсия света называется **аномальной**, если показатель преломления n уменьшается с уменьшением длины волны λ света: $\frac{dn}{d\lambda} > 0$. Это явление было открыто французским физиком Ф.П. Леру в 1860 г. Область длин волн, в которой наблюдается аномальная дисперсия, соответствует ширине полосы поглощения данного вещества. Если вещество имеет несколько полос поглощения, то аномальная дисперсия наблюдается вблизи каждой из них. Вдали от полосы поглощения дисперсия того же вещества носит нормальный характер (рис. 1). В инфракрасной области спектра ($10^{-2} - 10^2$ мкм) практически у всех полупроводников наблюдается аномальная дисперсия.

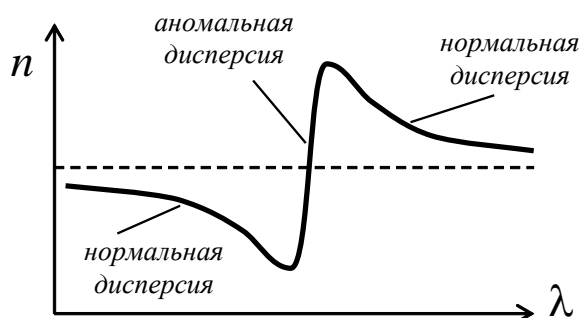


Рис. 1

1.1. Классическая теория дисперсии

Для объяснения дисперсии света (зависимости показателя преломления вещества от длины волны света) необходимо рассмотреть теорию взаимодействия света с веществом, которая может быть построена в рамках как классической, так и квантовой физики.

В рамках классической теории электромагнитных волн (теории Максвелла) фазовая скорость v распространения света в среде с диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостью равна

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

Тогда показатель преломления n среды (вещества):

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu}$$

Для большинства прозрачных сред $\mu \approx 1$. Поэтому при изучении оптических явлений можно полагать, что

$$n = \sqrt{\epsilon} \text{ или } n^2 = \epsilon.$$

В общем случае и показатель преломления, и диэлектрическая проницаемость среды ϵ являются комплексными величинами. Чтобы подчеркнуть этот факт для комплексного показателя преломления иногда вводят специальное обозначение, например, \tilde{n} :

$$\tilde{n} = n - ik, \quad \epsilon = \epsilon_1 - i\epsilon_2, \quad \text{а } \tilde{n}^2 = \epsilon.$$

Вещественная часть (компонента) комплексного показателя преломления \tilde{n} – вещественный *показатель преломления* n , а мнимая часть (компонента) – *показатель поглощения* k . Если при прохождении света через вещество поглощение отсутствует, то $k = 0$, $\tilde{n} = n$. Это типичная ситуация для условий, когда наблюдается нормальная дисперсия света. Аномальная дисперсия света наблюдается вблизи полосы поглощения, где $k \neq 0$. Поэтому при изложении теории аномальной дисперсии ни показателем поглощения k , ни мнимой частью диэлектрической проницаемости ε_2 пренебречь нельзя. Тогда

$$\varepsilon = \varepsilon_1 - i \varepsilon_2 = \tilde{n}^2 = (n - ik)^2 = (n^2 - k^2) - i \cdot 2nk.$$

Следовательно, вещественные и мнимые компоненты диэлектрической проницаемости и показателя преломления связаны следующей системой уравнений

$$\begin{aligned} n^2 - k^2 &= \varepsilon_1, \\ 2nk &= \varepsilon_2. \end{aligned}$$

Диэлектрическая проницаемость ε среды определяется ее диэлектрической восприимчивостью \varkappa

$$\varepsilon = 1 + \varkappa.$$

В изотропной однородной среде ε и \varkappa являются скалярными величинами, которые не зависят от пространственных координат.

По определению диэлектрическая восприимчивость \varkappa связывает поляризованность \vec{P} диэлектрика, возникающую в результате его взаимодействия с электромагнитной волной, с напряженностью \vec{E} электрического поля этой волны

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \varkappa \vec{E} \text{ или в скалярном виде } P = \varepsilon_0 \varkappa E,$$

где $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 \cdot \text{с}^2 / (\text{кг} \cdot \text{м}^3)$ – электрическая постоянная (диэлектрическая проницаемость вакуума).

Отсюда легко получить

$$\varepsilon = 1 + \varkappa = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}.$$

Поляризованность \vec{P} полупроводника может быть вызвана разными механизмами взаимодействия света с кристаллом. Одним из механизмов, приводящих к поляризованности полупроводника, является взаимодействие света с ионами кристаллической решетки.

Рассмотрим взаимодействие света с ионами кристаллической решетки алмазоподобных полупроводников, собственные (тепловые) колебания которых при нормальных условиях (давление 1 атм, температура 20°C) происходят с частотами, соответствующими инфракрасному диапазону спектра.

Алмазоподобные полупроводники $A^{III}B^V$ состоят из атомов (ионов) двух сортов A и B , относящихся к III и V группам периодической системы Менделеева. Закономерность расположения атомов A и B в пространстве определяет физические и химические свойства полупроводника. Геометрическая модель расположения атомов в кристалле называется **кристаллической решеткой**. Пренебрегая тепловыми колебаниями, можно считать, что атомы в кристаллической решетке неподвижны. Точки статического расположения атомов называются **узлами кристаллической решетки**.

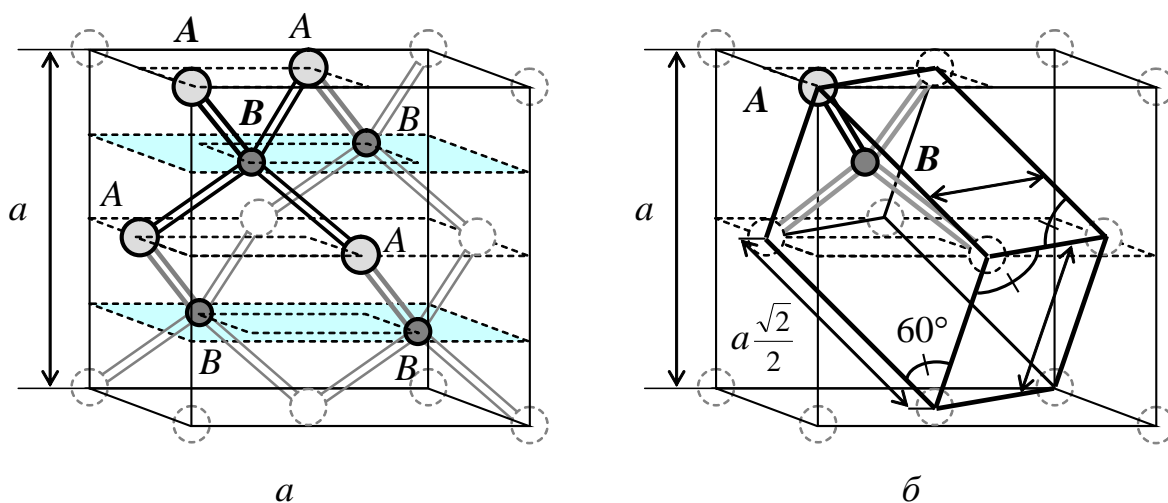


Рис. 2

Кристаллическая решетка имеет регулярную (периодическую) структуру. Фрагмент кристаллической решетки, сохраняющий физические и химические свойства всего кристалла, последовательным пространственным повторением (параллельным переносом) которого образуется весь кристалл, называется **элементарной ячейкой**. Выбор элементарной ячейки кристаллической решетки неоднозначен и зависит от того, для изучения какого физического явления используется.

Например, в качестве элементарной ячейки алмазоподобного полупроводника можно выбрать фрагмент кристаллической решетки, имеющей форму куба с ребром a , в вершинах которого находятся атомы одного сорта, при этом атомы разного сорта внутри куба образуют четыре параллельные плоскости (рис. 2а). Атомы одного сорта, расположенные в одной плоскости, определенным образом смещены в пространстве по отношению к атомам другого сорта, расположенным в соседней плоскости. Такое расположение обусловлено химическими связями. При параллельном переносе элементарной ячейки вдоль любого ребра на длину ребра структура кристаллической решетки полностью повторяется. Атомы, дублируемые при параллельном переносе, относят

к соседней элементарной ячейке. Поэтому считают, что кубическая элементарная ячейка алмазоподобного полупроводника, изображенная на рис. 2а, содержит 8 атомов: по 2 атома в каждой плоскости. Длину ребра a такой элементарной ячейки называются *периодом решетки*. Период кристаллической решетки a – физическая величина, характеризующая регулярность строения кристалла в некоторых физически выделенных направлениях (перпендикулярно плоскостям, образованным одинаковыми атомами). Период кристаллической решетки приводится в справочниках наряду с другими константами, характеризующими свойства кристаллов.

Другим примером выбора элементарной ячейки кристаллической решетки может служить наименьший повторяющийся фрагмент, описывающий связь одного атома B с четырьмя атомами A (рис. 2б). Такая (наименьшая) элементарная ячейка имеет форму наклонного параллелепипеда, все грани которого являются ромбами со сторонами $a\sqrt{2}/2$ и углами между ними 60° и 120° . Она содержит два атома: по одному атому каждого сорта. Для классического описания взаимодействия света с кристаллической решеткой рассмотрим элементарную ячейку, состоящую из двух атомов.

Кристаллические решетки алмазоподобных полупроводников, образованные химическими элементами, относящимися к III и V группам периодической системы, имеют ковалентный полярный тип химической связи, которая характеризуется частичным перераспределением валентных электронов между элементами разного сорта. Поэтому в узлах кристаллической решетки располагаются не нейтральные атомы, а заряженные ионы. Это приводит к поляризованности элементарных ячеек кристаллической решетки (в ячейке создается дипольный момент \vec{p}). В отсутствие внешних полей дипольные моменты элементарных ячеек кристалла направлены хаотически, поэтому суммарная поляризованность полупроводника равна нулю: $\vec{P} = \sum \vec{p} = 0$. В электрическом поле дипольные моменты элементарных ячеек ориентированы вдоль поля. Тогда поляризованность \vec{P} полупроводника в целом равна сумме дипольных моментов \vec{p} физически тождественных элементарных ячеек кристаллической решетки:

$$\vec{P} = N\vec{p} \text{ или в скалярном виде } P = Np,$$

где N – концентрация элементарных ячеек кристаллической решетки в единице объема.

Подставив P , получим
$$\varepsilon = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{E}.$$

Таким образом, чтобы получить зависимость диэлектрической проницаемости ϵ от длины волны λ (частоты ω) света, необходимо определить, как зависит от частоты ω дипольный момент p элементарной ячейки кристаллической решетки полупроводника, состоящей из двух ионов разного сорта (рис. 3).

Кристалл в целом является электронейтральным. Элементарные ячейки кристаллической решетки полупроводника тождественны и также должны быть электронейтральны. Поэтому заряды ионов A и B равны по модулю и противоположны по знаку $+q$ и $-q$. Дипольный момент такой элементарной ячейки \vec{p} возникает вследствие относительного смещения \vec{r} образующих ее ионов с зарядами $+q$ и $-q$:

$$\vec{p} = q\vec{r}.$$

Тогда механизм взаимодействия света (электромагнитной волны) с полупроводником можно представить как вынужденные колебания ионов в узлах кристаллической решетки под действием внешней гармонической силы (электрического поля электромагнитной волны). Свет является поперечной волной, поэтому он может взаимодействовать только с поперечными колебаниями решетки, возникающими, когда ионы разного сорта колеблются в противофазе («в противоположные стороны»).

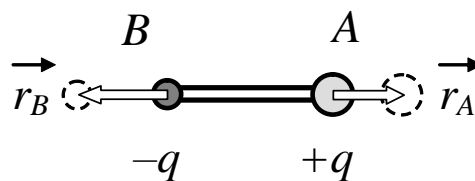


Рис. 3

Рассмотрим силы, действующие на ионы, образующие элементарную ячейку кристаллической решетки, в этих условиях.

При нормальных условиях колебания ионов в узлах кристаллической решетки малы (много меньше периода решетки). Тогда **силы**, удерживающие ионы в узлах кристаллической решетки, можно считать **квазиупругими** $\vec{F}_{yn A} = -z\vec{r}$ и $\vec{F}_{yn B} = -z(-\vec{r})$, имеющими одинаковый для ионов разного сорта (A и B) «коэффициент жесткости» z и пропорциональными относительному смещению ионов $\vec{r} = \vec{r}_A - \vec{r}_B$, где \vec{r}_A и \vec{r}_B – смещение ионов A и B относительно узлов кристаллической решетки, соответственно (рис. 3). Такое приближение называется гармоническим.

За счет внутренних сил колебания отдельных ионов кристаллической решетки распространяются по кристаллу в виде упругих волн, что приводит к рассеянию энергии. Поэтому по аналогии с затухающими колебаниями можно ввести **силу сопротивления** $\vec{F}_{сопр A} = -m_A b \dot{\vec{r}}_A$ и $\vec{F}_{сопр B} = -m_B b \dot{\vec{r}}_B$ пропорциональную скорости колеблющихся частиц, которая описывает затухание собственных колебаний ионов. Коэффи-

циент «сопротивления» b – эмпирическая величина, которая не зависит от массы иона и может определяться с точностью до постоянного множителя (например, $\vec{F}_{\text{сопр}} = -mb\dot{\vec{v}}$ или $\vec{F}_{\text{сопр}} = -m2b\dot{\vec{v}}$ исходя из удобства анализа решения полученного дифференциального уравнения).

Электрическое поле \vec{E} электромагнитной волны по отношению к собственным колебаниям ионов с зарядами $+q$ и $-q$ выступает в роли **внешней вынуждающей силы**: $\vec{F}_{\text{вн}A} = q\vec{E}$ и $\vec{F}_{\text{вн}B} = -q\vec{E}$.

Под действием этих сил ионы в узлах кристаллической решетки движется ускоренно. По второму закону Ньютона

$$m_A \ddot{\vec{r}}_A = \vec{F}_{\text{упр}A} + \vec{F}_{\text{сопр}A} + \vec{F}_{\text{вн}A} \quad \text{или} \quad \ddot{\vec{r}}_A = -\frac{z}{m_A} \vec{r} - b\dot{\vec{r}}_A + \frac{q}{m_A} \vec{E}.$$

$$m_B \ddot{\vec{r}}_B = \vec{F}_{\text{упр}B} + \vec{F}_{\text{сопр}B} + \vec{F}_{\text{вн}B} \quad \text{или} \quad \ddot{\vec{r}}_B = \frac{z}{m_B} \vec{r} - b\dot{\vec{r}}_B - \frac{q}{m_B} \vec{E}.$$

Вычитая одно уравнение из другого, получим уравнение, описывающее относительное движение ионов

$$\ddot{\vec{r}}_A - \ddot{\vec{r}}_B = \ddot{\vec{r}} = -\frac{z}{m} \vec{r} - b\dot{\vec{r}} + \frac{q}{m} \vec{E}$$

или уравнение движения материальной точки с приведенной массой $m = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}$ ($1/m = 1/m_A + 1/m_B$) относительно неподвижного положения центра инерции. Полученное уравнение можно представить в виде

$$\ddot{\vec{r}} = -\omega_T^2 \vec{r} - b\dot{\vec{r}} + \frac{q}{m} \vec{E},$$

где $\omega_T = \sqrt{\frac{z}{m}}$ имеет смысл **частоты собственных (тепловых) незатухающих относительных колебаний ионов кристаллической решетки полупроводника**. Будем считать $\lambda_T = \frac{2\pi c}{\omega_T}$ – длиной волны собственных колебаний ионов.

Напряженность электрического поля \vec{E} электромагнитной волны изменяется со временем по гармоническому закону

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t,$$

где \vec{E}_0 – амплитуда вектора напряженности электрического поля, ω – частота поля (света). То же самое можно записать в комплексном виде

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}.$$

Тогда дифференциальное уравнение примет вид:

$$\ddot{\vec{r}} + b\dot{\vec{r}} + \omega_T^2 \vec{r} = \frac{q}{m} \vec{E}_0 e^{i\omega t}.$$

Из теории дифференциальных уравнений известно, что решение полученного неоднородного уравнения представляет собой сумму об-

щего решения однородного уравнения (уравнения затухающих колебаний) и частного решения неоднородного уравнения.

Общее решение однородного уравнения (уравнения затухающих колебаний) $\ddot{\vec{r}} + b\dot{\vec{r}} + \omega_T^2\vec{r} = 0$ с точностью до начальных условий имеет вид $\vec{r} = \vec{r}_{max} e^{-bt/2} \cos(\sqrt{\omega_T^2 - (b/2)^2} \cdot t)$. Эта часть решения не зависит от частоты вынуждающей силы (частоты света), поэтому не влияет на дисперсионные свойства вещества.

Рассмотрим частное решение неоднородного уравнения. Из теории дифференциальных уравнений известно, что его следует искать в виде аналогичном виду вынуждающей силы: $\vec{r} = \vec{C}_0 e^{i\omega t}$, где \vec{C}_0 – некоторая константа.

Дважды продифференцируем выражение $\vec{r} = \vec{C}_0 e^{i\omega t}$ по времени:

$$\dot{\vec{r}} = i\omega\vec{C}_0 e^{i\omega t} = i\omega\vec{r} \quad \text{и} \quad \ddot{\vec{r}} = -\omega^2\vec{C}_0 e^{i\omega t} = -\omega^2\vec{r}.$$

Подставив в исходное дифференциальное уравнение, получим

$$(\omega_T^2 - \omega^2 + ib\omega)\vec{r} = \frac{q}{m}\vec{E}_0 e^{i\omega t} = q\vec{E}/m.$$

Тогда частное решение неоднородного дифференциального уравнения примет вид:

$$\vec{r} = \frac{q\vec{E}/m}{(\omega_T^2 - \omega^2 + ib\omega)} \quad \text{или} \quad \vec{r} = \frac{q\vec{E}}{m} \frac{(\omega_T^2 - \omega^2 - ib\omega)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2}.$$

В результате дипольный момент $\vec{p} = q\vec{r}$ элементарной ячейки кристаллической решетки определяется колебаниями электрического поля

$$\vec{p} = q\vec{r} = \frac{q^2\vec{E}}{m} \frac{(\omega_T^2 - \omega^2 - ib\omega)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2}$$

$$\text{или в скалярной форме} \quad p = \frac{q^2 E}{m} \frac{(\omega_T^2 - \omega^2 - ib\omega)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2}.$$

Тогда, учитывая выражение для дипольного момента, получим зависимость диэлектрической проницаемости полупроводника от частоты света:

$$\varepsilon = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{E} \Rightarrow \varepsilon = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{m} \frac{(\omega_T^2 - \omega^2 - ib\omega)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2}.$$

Таким образом, классическая теория взаимодействия света с веществом позволяет получить комплексную зависимость диэлектрической проницаемости от частоты падающего на полупроводник света.

1.2. Анализ дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости, показателя преломления и показателя поглощения

Определим значение диэлектрической проницаемости ε вдали от частоты собственных колебаний ионов кристаллической решетки.

При больших частотах $\omega \gg \omega_T$ ($\omega \rightarrow \infty$) обозначим диэлектрическую проницаемость через ε_∞ :

$$\varepsilon_\infty = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \varepsilon \rightarrow 1.$$

На практике ε_∞ отлично от единицы, так как это практически постоянное значение измеряется при больших по сравнению с ω_T ($\omega \gg \omega_T$), но не бесконечных частотах. С учетом этого выражение для диэлектрической проницаемости следует записать в виде

$$\varepsilon = \varepsilon_\infty + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2 (\omega_T^2 - \omega^2 - ib\omega)}{m (\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}.$$

При малых частотах $\omega \ll \omega_T$ ($\omega \rightarrow 0$) обозначим диэлектрическую проницаемость через ε_s :

$$\varepsilon_s = \lim_{\omega \rightarrow 0} \varepsilon \rightarrow \varepsilon_\infty + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{m \omega_T^2}.$$

Из полученных выражений следует, что ε_∞ и ε_s – константы, не зависящие от частоты ω падающего света, а зависящие только от природы полупроводника. Тогда

$$\frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{m} = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \omega_T^2.$$

С учетом введенных обозначений дисперсионную (частотную) зависимость диэлектрической проницаемости можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_\infty + \omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{(\omega_T^2 - \omega^2 - ib\omega)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2} \\ \text{или } \varepsilon &= \left(\varepsilon_\infty + \omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{(\omega_T^2 - \omega^2)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2} \right) - \\ &\quad - i \left(\frac{\omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) b \omega}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2} \right). \end{aligned}$$

Учитывая, что $\varepsilon = \varepsilon_1 - i \varepsilon_2$, можно записать вещественную и мнимую части диэлектрической проницаемости в виде:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_\infty + \omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{(\omega_T^2 - \omega^2)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) b \omega}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}$$

Проанализируем полученные зависимости $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\omega)$.

График зависимости ε_1 от частоты имеет максимум и минимум. График зависимости ε_2 от частоты имеет только максимум (рис. 4) при частоте близкой к частоте ω_T собственных колебаний ионов. При удалении от частоты ω_T собственных колебаний ионов мнимая компонента ε_2 диэлектрической проницаемости постепенно убывает до нуля. При удалении от частоты ω_T вещественная компонента ε_1 диэлектрической проницаемости стремится с одной стороны к ε_s , а с другой – к ε_∞ .

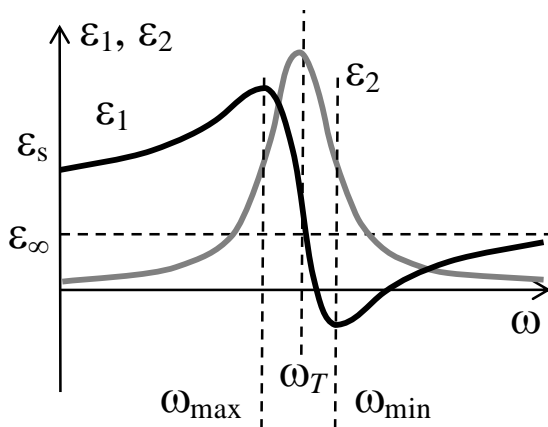


Рис. 4

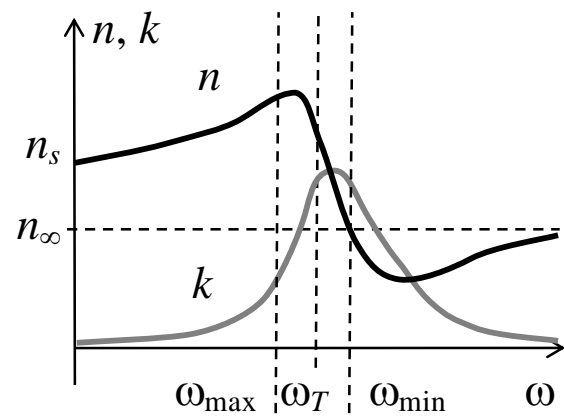


Рис. 5

Используя связь между вещественной и мнимой компонентами диэлектрической проницаемости с показателем преломления n и показателем поглощения k

$$\begin{aligned} n^2 - k^2 &= \varepsilon_1, \\ 2nk &= \varepsilon_2 \end{aligned}$$

можно получить их зависимость от частоты падающего света, которая представлена на рис. 5. Показатель поглощения k имеет максимум при некоторой частоте близкой к ω_T . При удалении от этой частоты показатель поглощения k постепенно уменьшается до нуля. Показатель преломления n имеет максимум и минимум вблизи частоты ω_T . При больших частотах ($\omega \gg \omega_T$) показатель преломления n стремится к $\sqrt{\varepsilon_\infty}$, т.к.

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \rightarrow \varepsilon_\infty \text{ при } \omega \rightarrow \infty, \text{ следовательно, } k \rightarrow 0, \text{ а } n^2 \rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_\infty.$$

Аналогично рассуждая, можно показать, что при малых частотах ($\omega \ll \omega_T$) показатель преломления n стремится к $\sqrt{\varepsilon_s}$.

То есть
$$n_\infty = \sqrt{\varepsilon_\infty} \text{ и } n_s = \sqrt{\varepsilon_s}.$$

На рис. 4, 5 отмечены частоты ω_{\max} и ω_{\min} , соответствующие максимуму и минимуму ε_1 , а также частота собственных колебаний ионов ω_T , которая близка к положению максимума ε_2 . Из рисунка видно, что положения максимумов и минимумов зависимостей $n = n(\omega)$ и $k = k(\omega)$ НЕ совпадают с положениями максимумов и минимумов зависимостей $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\omega)$. Это объясняется нелинейной связью между величинами n , k и величинами ε_1 , ε_2 .

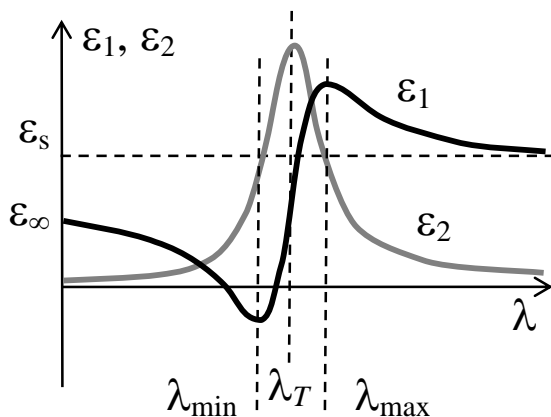


Рис. 6

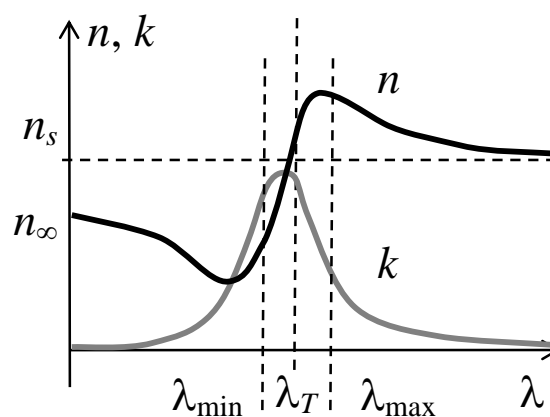


Рис. 7

Так как длина волны света обратно пропорциональна частоте $\lambda = 2\pi c/\omega$, зависимости $n = n(\lambda)$, $k = k(\lambda)$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\lambda)$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\lambda)$ от длины волны λ будут носить обратный характер по сравнению с частотными зависимостями. На рис. 6, 7 отмечены длины волн λ_{\max} и λ_{\min} , соответствующие максимуму и минимуму ε_1 , а также длина волны собственных колебаний ионов λ_T , которая близка к положению максимума ε_2 . Здесь положения максимумов и минимумов зависимостей $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\lambda)$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\lambda)$ также не совпадают с положениями максимумов и минимумов зависимостей $n = n(\lambda)$, $k = k(\lambda)$.

2. Рабочие формулы

2.1. Определение параметров дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости

Расчеты будем производить на основе экспериментально полученных зависимостей $n = n(\lambda)$, $k = k(\lambda)$. По этим зависимостям с помощью формул

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= n^2 - k^2, \\ \varepsilon_2 &= 2nk\end{aligned}$$

можно получить зависимости $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\lambda)$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\lambda)$ или $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\omega)$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\omega)$.

Для определения значений параметров ω_T и b , входящих в ε_1 и ε_2 , исследуем на экстремум $\varepsilon_1(\omega)$.

Вещественная часть диэлектрической проницаемости имеет вид

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_\infty + \omega_T^2(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{(\omega_T^2 - \omega^2)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2}.$$

Найдем ее производную и приравняем к нулю.

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\omega} = 2\omega_T^2(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{-\omega((\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2) - (\omega_T^2 - \omega^2)(-2\omega(\omega_T^2 - \omega^2) + b^2\omega)}{((\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2)^2}.$$

Приравняв числитель к нулю, получим

$$\omega((\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2) + (\omega_T^2 - \omega^2)(-2(\omega_T^2 - \omega^2) + b^2)\omega = 0, \\ (\omega_T^2 - \omega^2)^2 - b^2\omega_T^2 = 0 \text{ или } \omega^2 = \omega_T^2 \pm b\omega_T.$$

Следовательно, функция $\varepsilon_1(\omega)$ имеет максимум и минимум при частотах

$$\omega_{\max} = \sqrt{\omega_T^2 - b\omega_T} \text{ и } \omega_{\min} = \sqrt{\omega_T^2 + b\omega_T}.$$

Таким образом, для получения значений параметров ε_∞ , ε_s , ω_T и b , определяющих зависимость диэлектрической проницаемости от длины волны (частоты падающего света), необходимо измерить показатель преломления света n_s при $\omega \ll \omega_T$, n_∞ при $\omega \gg \omega_T$ и определить, при каких частотах ω_{\max} и ω_{\min} наблюдаются максимальное и минимальное значения вещественной компоненты ε_1 диэлектрической проницаемости. Тогда

$$\varepsilon_\infty = n_\infty^2 \text{ и } \varepsilon_s = n_s^2. \\ \text{А из } \begin{cases} \omega_{\max}^2 = \omega_T^2 - b\omega_T \\ \omega_{\min}^2 = \omega_T^2 + b\omega_T \end{cases} \text{ следует, что} \\ \omega_T^2 = \frac{\omega_{\max}^2 + \omega_{\min}^2}{2}, \quad b = \frac{\omega_{\min}^2 - \omega_{\max}^2}{2\omega_T}.$$

Введем безразмерную величину β , равную $\beta = \frac{b}{\omega_T}$ ($\beta < 1$) и характеризующую во сколько раз коэффициент затухания b меньше частоты собственных колебаний ω_T ионов, удобную для сравнительного анализа затухания в различных полупроводниках. Тогда

$$\beta = \frac{b}{\omega_T} = \frac{\omega_{\min}^2 - \omega_{\max}^2}{\omega_{\max}^2 + \omega_{\min}^2}, \text{ а } b = \beta \cdot \omega_T.$$

Аналогично продифференцировав и приравняв к нулю производную, можно показать, что мнимая компонента ε_2 диэлектрической проницаемости имеет максимум при частоте

$$\begin{aligned}\omega_2 &= \sqrt{\frac{1}{6} \left(2\omega_T^2 - b^2 + \sqrt{16\omega_T^4 - 4\omega_T^2 b^2 + b^4} \right)} = \\ &= \omega_T \sqrt{\frac{1}{6} \left(2 - \beta^2 + \sqrt{16 - 4\beta^2 + \beta^4} \right)}.\end{aligned}$$

То есть максимум наблюдается при частоте, отличной от частоты собственной колебаний ω_T ионов. Это отличие тем больше, чем больше коэффициент затухания b (при $b \rightarrow 0$ $\omega_2 \rightarrow \omega_T$). Так как зависимость между величинами n , k и величинами ε_1 , ε_2 нелинейная, то максимумы и минимумы зависимостей $n = n(\omega)$ и $k = k(\omega)$ будут смещены относительно максимумов и минимумов зависимостей $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\omega)$, и не будут совпадать ни с ω_T , ни с ω_2 , ω_{\max} и ω_{\min} . Частота, при которой показатель поглощения k имеет максимум, называется **частотой поглощения**. Как видно из рис. 5 частота поглощения близка к частоте собственных колебаний ω_T , но не совпадает с ней.

Если из эксперимента получены зависимости вещественной и мнимой компонент диэлектрической проницаемости от длины волны $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\lambda)$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\lambda)$, то из них можно определить, при каких длинах волн λ_{\min} и λ_{\max} наблюдаются минимум и максимум для ε_1 , а при какой длине волны λ_2 – максимум для ε_2 , которая расположена вблизи длины волны собственных колебаний ионов λ_T , но не совпадает с ней.

Учитывая, что $\omega = 2\pi c/\lambda$, получим следующие параметры дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости:

- $\varepsilon_\infty = n_\infty^2$ будет соответствовать малым длинам волн ($\lambda \ll \lambda_T$);
- $\varepsilon_s = n_s^2$ будет соответствовать большим длинам волн ($\lambda \gg \lambda_T$);
- длина волны собственных колебаний ионов

$$\lambda_T = \frac{\lambda_{\max}\lambda_{\min}\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda_{\max}^2 + \lambda_{\min}^2}};$$

- коэффициент пропорциональности между частотой собственных колебаний ω_T ионов и коэффициентом затухания b :

$$\beta = \frac{\lambda_{\max}^2 - \lambda_{\min}^2}{\lambda_{\max}^2 + \lambda_{\min}^2}, \text{ где } b = \beta \cdot \omega_T.$$

2.2. Расчет эффективного заряда ионов

При выводе дисперсионных зависимостей диэлектрической проницаемости, показателя преломления и показателя поглощения в рамках классической теории рассматривались относительные колебания ионов, образующих наименьшую элементарную ячейку кристаллической решетки.

Ионы в кристалле находятся в окружении других ионов, имеющих ненулевой заряд, создающих вокруг себя электрическое поле. Ионы частично экранируют электрическое поле друг друга. Поэтому говорят, что ионы обладают так называемым *эффективным зарядом* $+q$ и $-q$ (меньше истинного), характеризующим их взаимодействие с электрическим полем электромагнитной волны с учетом экранирования. Поэтому величина эффективного заряда q ионов в кристалле НЕКРАТНА элементарному заряду электрона e (q/e – дробное число).

Эффективный заряд q ионов можно определить по экспериментальным данным на основе соотношения

$$\frac{N}{\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{m} = (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \omega_T^2.$$

$$\text{Тогда} \quad q^2 = \frac{\epsilon_0 m}{N} (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \omega_T^2,$$

где $m = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}$ – приведенная масса ионов (атомов) массами m_A и m_B , находящихся в элементарной ячейке кристаллической решетки полупроводника; N – концентрация элементарных ячеек.

По определению концентрация N – это физическая величина, численно равная количеству частиц (здесь – элементарных ячеек) в единице объема (или обратная объему, занимаемому одной частицей). Одна наименьшая элементарная ячейка алмазоподобного полупроводника имеет форму параллелепипеда с одинаковыми ребрами $a\sqrt{2}/2$, меньшие углы между которыми равны 60° (рис. 2б). Из геометрии известно, что объем такого наклонного параллелепипеда равен $a^3/4$. Поэтому концентрация N элементарных ячеек равна

$$N = \frac{1}{a^3/4} = \frac{4}{a^3}.$$

Тогда эффективный заряд иона равен

$$q = \frac{\omega_T}{2} \sqrt{\epsilon_0 m a^3 (\epsilon_s - \epsilon_\infty)} \quad \text{или} \quad q = \frac{\pi c}{\lambda_T} \sqrt{\epsilon_0 m a^3 (\epsilon_s - \epsilon_\infty)}.$$

где a – период кристаллической решетки; m – приведенная масса ионов (атомов).

2.3. Экспериментальное определение показателя преломления

Если монохроматический свет (свет фиксированной длины волны) падает из вакуума на середину плоской грани прямоугольной призмы (рис. 8), сечением которой является полукруг, – полуцилиндра, то соотношение между углом падения α луча света на призму и углом преломления γ описывается законами геометрической оптики (закон преломления света)

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n,$$

где n – показатель преломления материала, из которого изготовлена призма. Преломленный луч движется вдоль радиуса сечения призмы и выходит из призмы перпендикулярно боковой поверхности, не изменяя направления. Поэтому, измерив угол падения α и угол преломления γ , можно рассчитать показатель преломления для света фиксированной длины волны λ (частоты).

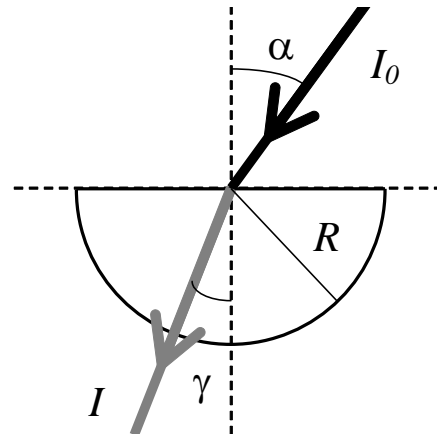


Рис. 8

2.4. Экспериментальное определение показателя поглощения

При прохождении света через среду, показатель поглощения которой отличен от нуля, происходит частичное поглощение света, в результате чего его интенсивность уменьшается. Ослабление интенсивности монохроматического луча света, распространяющегося в поглощающей среде, описывается **законом Бугера-Ламберта-Бера** (1729, 1760, 1852 гг.). Согласно этому закону интенсивность I света, прошедшего через поглощающую среду толщиной R , зависит от интенсивности I_0 падающего луча и коэффициента поглощения x_λ по экспоненциальному закону

$$I = I_0 e^{-x_\lambda R}.$$

Коэффициент поглощения x_λ – величина, обратная расстоянию, на котором интенсивность монохроматического света ослабляется в e раз. Коэффициент поглощения x_λ связан с показателем поглощения k следующим соотношением

$$x_\lambda = \frac{4\pi}{\lambda} k.$$

Так как показатель поглощения существенно меняется при удалении от частоты поглощения, то относительная интенсивность I_0/I света, прошедшего через призму (рис. 8), может меняться на несколько порядков. Поэтому для практических измерений более удобной является не относительная интенсивность I_0/I , а *оптическая плотность* D_λ – безразмерная физическая величина, характеризующая степень непрозрачности слоя вещества толщиной R для световых лучей, численно равная десятичному логарифму относительной интенсивности света, прошедшего через поглощающую среду толщиной R :

$$D_\lambda = \lg \frac{I_0}{I} = \lg(e^{x_\lambda R}) = x_\lambda R \cdot \lg(e) = \frac{x_\lambda R}{\ln 10} \Rightarrow$$

$$D_\lambda = \frac{x_\lambda R}{\ln 10}.$$

Для измерения оптической плотности существует специальный прибор, который называется *денситометром*.

Измерив оптическую плотность D_λ призмы (рис. 8) при прохождении через нее света фиксированной длины волны λ , можно определить показатель поглощения k

$$k = \frac{\lambda}{4\pi} x_\lambda = \frac{\lambda}{4\pi} \frac{D_\lambda \cdot \ln(10)}{R} \Rightarrow k = \frac{\lambda}{4\pi} \frac{D_\lambda \cdot \ln(10)}{R},$$

где R – радиус сечения призмы (расстояние, которое луч света проходит в поглощающей среде), λ – длина волны монохроматического излучения (света).

3. Модель экспериментальной установки

В данной работе средствами компьютерной графики моделируется прохождение луча света фиксированной длины волны через прямоугольную призму, сечением которой являемся полукруг (полуцилиндр), изготовленную из полупроводникового материала, при нормальных условиях (давление 1 атм, температура 20°C). Источник света можно перемещать в вертикальном направлении. Длину волны света можно менять в инфракрасном диапазоне от 5 мкм до 245 мкм с шагом 0,05 мкм. Для измерения угла падения и угла преломления света в работе имеются транспортир, центр которого совмещен с точкой падения луча на призму. Для повышения точности измерений масштаб отображения области эксперимента можно изменять от 100 до 500%, при этом цена деления транспортира уменьшается до 0,1°. Дисперсионные свойства полупроводников в инфракрасном диапазоне обусловлены взаимо-

действием света с тепловыми колебаниями ионов кристаллической решетки. В этих условиях длину волны собственных (тепловых) колебаний ионов можно определить с точностью 1–3%, а эффективный заряд ионов – с точностью 3–5%.

В условиях реального эксперимента ход лучей невидимого инфракрасного излучения может быть визуализирован средствами термографии, например, с помощью тепловизора.

Работа выполняется на IBM-совместимом персональном компьютере в виде самостоятельного Windows-приложения. Для удобства выполнения работы в программе предусмотрены три раздела: краткое описание работы; порядок выполнения работы и эксперимент. Переключение между разделами осуществляется с помощью кнопок «Ход работы» и «Эксперимент». Нажатие этих кнопок в зависимости от контекста работы программы приводит либо к вызову соответствующих разделов, либо к возвращению в раздел описания.

Раздел программы «Эксперимент» содержит раскрывающийся список полупроводников, из которых изготовлена выбранная для эксперимента призма, счетчики для изменения радиуса призмы и масштаба отображения области эксперимента, а также ползунки для выбора длины волны, перемещения источника света и датчика оптической плотности.

Варианты выполнения работы

Вариант	Полупроводник, из которого изготовлена призма
1	Фосфид галлия GaP
2	Арсенид алюминия AlAs
3	Фосфид индия InP
4	Арсенид галлия GaAs
5	Сурьмянистый галлий GaSb
6	Арсенид индия InAs
7	Антимонид индия InSb

Для справок: $1 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ м}$; $1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$;
 $1 \text{ аем} = 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$; $1 e = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$;
 $\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 \cdot \text{с}^2 / (\text{кг} \cdot \text{м}^3)$; $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

4. Порядок выполнения работы

4.1. Краткое описание хода работы

1. Выберите полупроводник, из которого будет изготовлена призма (по указанию преподавателя).

2. Выберите минимально возможный радиус сечения призмы.
3. Определите диапазоны длин волн, при которых наблюдается нормальная и аномальная дисперсия.
4. Установите источник инфракрасного света так, чтобы угол падения луча на призму был максимальным (для данной работы).
5. Выберите минимально возможную длину волны источника.
6. Измерьте угол преломления луча света.
7. Повторите измерения для максимально возможной длины волны источника (как в пункте 6).
8. Не изменяя угла падения, выполните измерения для различных длин волн, относящихся к области нормальной дисперсии, с шагом 1,5 мкм.
9. Не изменяя угла падения, выполните измерения для различных длин волн, относящихся к области аномальной дисперсии, с шагом 0,1 мкм.
10. Рассчитайте показатель преломления для каждой длины волны.
11. Уменьшите угол падения луча на призму и повторите измерения для тех же длин волн, что в пунктах 5–9.
12. Рассчитайте показатель преломления для каждой длины волны.
13. Рассчитайте среднее значение показателя преломления для каждой длины волны.
14. Установите источник света так, чтобы луч падал на призму перпендикулярно ее грани.
15. Выберите минимально возможную длину волны источника.
16. Измерьте оптическую плотность призмы.
17. Повторите измерения оптической плотности призмы для всех длин волн, использованных ранее.
18. Рассчитайте показатель поглощения для каждой длины волны.
19. Увеличьте радиус сечения призмы и повторите измерения оптической плотности для всех длин волн, использованных ранее.
20. Рассчитайте показатель поглощения для каждой длины волны.
21. Рассчитайте среднее значение показателя поглощения для каждой длины волны.
22. Постройте графики зависимости показателя преломления и показателя поглощения от длины волны.
23. Рассчитайте вещественную и мнимую компоненты диэлектрической проницаемости для каждой длины волны.
24. Постройте графики зависимости вещественной и мнимой компонент диэлектрической проницаемости от длины волны.

25. Определите длины волн, при которых вещественная и мнимая компоненты диэлектрической проницаемости имеют максимум и минимум.

26. Рассчитайте параметры дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости.

27. Рассчитайте эффективный заряд ионов кристаллической решетки.

28. Вычислите относительную погрешность эффективного заряда ионов.

29. Сделайте выводы.

4.2. Детальное описание хода работы

При выполнении работы рекомендуется следующая последовательность действий:

1. Раскрывающийся список *«Полупроводник»* на панели *«Призма»* содержит список полупроводниковых материалов, обладающих различными дисперсионными свойствами: фосфид галлия GaP, арсенид алюминия AlAs, фосфид индия InP, арсенид галлия GaAs, сурьмянистый галлий GaSb, арсенид индия InAs, антимонид индия InSb. Из этих материалов можно изготовить призму для изучения аномальной дисперсии. Из списка выберите полупроводник (материал), дисперсионные свойства которого будете изучать в эксперименте (по указанию преподавателя). Для выбранного материала под списком автоматически указываются значения масс атомов (ионов), из которых состоит кристаллическая решетка, и период решетки, которые необходимы для выполнения расчетов, а также значение эффективного заряда, которым обладают ионы выбранного полупроводника при взаимодействии с электрическим полем электромагнитной волны.

2. С помощью счетчика *«Радиус»* на панели *«Призма»* можно изменять радиус сечения прямоугольной призмы от 5 до 15 мм. Выберите минимально возможный радиус сечения призмы.

3. Чтобы определить диапазоны длин волн, при которых наблюдается нормальная и аномальная дисперсия, необходимо следить, как изменяется угол преломления луча света с изменением длины волны падающего света при неподвижном источнике.

Наблюдать за изменением угла преломления луча света можно при любом (фиксированном) угле падения.

Учитывая, что синус угла преломления прямо пропорционален синусу угла падения (из закона преломления света), особенности в изменении угла преломления легче будет выявить (особенно визуально) при большом угле падения.

Слева от области эксперимента расположен ползунок *«Положение источника излучения»*, с помощью которого можно перемещать источник света в вертикальном направлении (вдоль плоской грани призмы) так, что луч всегда падает в одну и ту же точку на плоской грани призмы, соответствующую середине диаметра ее сечения. Поэтому положение источника излучения описывается углами (в градусах). Перемещая ползунок *«Положение источника излучения»* можно изменять положение источника от 23° до 0° (и снова до 23°). Падение луча перпендикулярно

боковой поверхности призмы соответствует положению источника: 0° . При перемещении ползунка точное положение источника (в градусах) автоматически отображается на панели «*Источник инфракрасного излучения*» в виде «Положение: **,*** °(градусов)» и совпадает с углом падения луча на призму (углом между лучом света и нормалью к плоской грани призмы).

Установите источник излучения так, чтобы угол падения луча на призму был максимальным из возможных в работе, и не изменяйте его до конца выполнения этого пункта.

На панели «*Источник инфракрасного излучения*» расположен ползунок «*Длина волны*», с помощью которого можно изменять длину волны падающего света от 5 до 245 мкм. Выберите минимально возможную (5 мкм) длину волны. Положение преломленного луча можно определить по расположенному в области эксперимента транспортиру. Наблюдая за положением преломленного луча, плавно и медленно увеличивайте длину волны источника. Положение преломленного луча будет меняться.

Согласно закону преломления света

$$\sin \gamma = \frac{\sin \alpha}{n},$$

где α – угол падения, γ – угол преломления, n – показатель преломления, который зависит от длины волны λ .

При нормальной дисперсии с увеличением длины волны показатель преломления убывает. Следовательно, угол преломления будет возрастать. При аномальной дисперсии наоборот, показатель преломления возрастает, значит, угол преломления будет уменьшаться.

Все полупроводники, используемые в работе, в диапазоне от 5 до 245 мкм имеют область аномальной дисперсии. Поэтому с увеличением длины волны источника света угол преломления сначала будет медленно возрастать (нормальная дисперсия), затем резко убывать (аномальная дисперсия) и вновь медленно возрастать (нормальная дисперсия). Плавно изменяя длину волны источника излучения, определите, при каких длинах волн λ_1 и λ_2 **угол преломления** является **максимальным** (минимальный показатель преломления) и **минимальным** (максимальный показатель преломления). Для максимально точного определения искомых длин волн используйте скроллинг мыши при перемещении ползунка «*Длина волны*». Между найденными значениями λ_1 и λ_2 наблюдается аномальная дисперсия.

Так как минимум и максимум вещественной компоненты диэлектрической проницаемости смещены относительно минимума и максимума показателя преломления, для дальнейшего детального исследования найденный диапазон $[\lambda_1, \lambda_2]$ необходимо расширить. Для этого значение λ_1 необходимо уменьшить до ближайшего целого, а λ_2 – увеличить. Если λ_2 отличается от ближайшего (большего) целого менее чем на 0,55 мкм, увеличьте эту границу до следующего целого значения длины волны. Например, если $\lambda_1 = 43,35$ мкм, $\lambda_2 = 46,6$ мкм, то для детального исследования следует взять интервал 43–48 мкм. Это необходимо, чтобы не только максимум и минимум показателя преломления, но и искомые максимум и минимум вещественной компоненты диэлектрической проницаемости также оказались внутри полученного интервала. В полученном таким образом интервале все исследуемые зависимости ведут себя наиболее немонотонно. Этот интервал будем называть «Об-

ластью аномальной дисперсии». В этой области в дальнейшем будем проводить измерения с шагом 0,1 мкм.

Справа и слева от области аномальной дисперсии наблюдается нормальная дисперсия, где показатель преломления и показатель поглощения меняются медленно (например, в диапазонах 5–43 мкм и 48–245 мкм). Здесь достаточно проводить измерения с шагом 1,5 мкм. Для дальнейших исследований в области нормальной дисперсии **выделим два диапазона длиной по 15 мкм каждый, плотно прилегающие к выделенной области аномальной дисперсии с двух сторон**. Например, если аномальной дисперсии соответствует интервал 43–48 мкм, то нормальную дисперсию будем исследовать на интервале 28–43 мкм, а также 48–63 мкм.

Границы всех трех диапазонов, подобранных таким образом, **ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ 1**.

4. С помощью ползунка **«Положение источника излучения»**, расположенного слева от области эксперимента, можно изменять положение источника и угол падения луча на призму от 23° до 0° (и снова до 23°). Установите источник инфракрасного света так, чтобы угол падения луча на призму был максимальным (для данной работы) – либо в самое верхнее, либо в самое нижнее положение. Не смотря на то, что в области эксперимента расположен транспортер, точное положение источника и соответствующий угол падения (в градусах) автоматически отображается на панели **«Источник инфракрасного излучения»** в виде **«Положение: **,*** °(градусов)»**.

5. С помощью ползунка **«Длина волны»** на панели **«Источник инфракрасного излучения»** выберите минимально возможную для данной работы длину волны источника (5 мкм).

6. Для повышения точности измерений в работе предусмотрена возможность изменения масштаба отображения области эксперимента в пределах от 100% до 500% с помощью раскрывающегося списка на панели **«Масштаб»**. Каждому значению масштаба соответствует различная цена деления транспортера, которая при изменении масштаба автоматически указывается на панели **«Масштаб»**.

Для выполнения измерений с максимально возможной точностью с помощью раскрывающегося списка на панели **«Масштаб»** выберите масштаб отображения области эксперимента равный 500%. Для перемещения в области эксперимента при увеличенном масштабе появляются вертикальная и горизонтальная полосы прокрутки. Обратите внимание, что ползунок **«Положение источника излучения»** доступен только при масштабе 100%.

Угол преломления луча света, прошедшего через призму, можно измерить по транспортеру. Но вдали от полосы поглощения (максимальная или минимальная длина волны, доступная в работе) показатель преломления изменяется медленно. Поэтому для последующего определения ϵ_s и ϵ_∞ по экспериментальным данным точности измерений по транспортеру (даже при 500% масштаба) оказывается недостаточно. Для более точного определения угла преломления воспользуйтесь датчиком оптической плотности.

Датчик оптической плотности можно перемещать в вертикальном направлении с помощью ползунка **«Положение датчика»**, расположенного справа от области эксперимента. Точное положение датчика автоматически отображается на панели **«Датчик»** в градусах с точность больше, чем половина цены деления транспортера при используемом в данный момент масштабе.

Датчик включается только, когда на него падает излучение той же длины волны, что у источника. При этом луч имеет некоторую толщину. С помощью ползунка **«Положение датчика»** переместите датчик так, чтобы преломленный луч падал на него. При этом на панели **«Датчик»** в поле **«Оптическая плотность»** появится какое-то значение. Перемещая ползунок **«Положение датчика»** с помощью скроллинга мыши, определите минимальный γ_{\min} и максимальный γ_{\max} углы, в пределах которых датчик оптической плотности включен (показывает какое-либо значение).

Полученные значения ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ 2.

Точным значением угла преломления будем считать положение центра луча. Для его определения рассчитайте среднее значение с точностью до трех десятичных знаков после запятой

$$\gamma = (\gamma_{\min} + \gamma_{\max})/2.$$

Полученное значение угла преломления ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦЫ 2 и 3.

7. Такие же детальные измерения необходимо выполнить и для максимальной для данной работы длины волны. Не изменяя положения источника, с помощью ползунка **«Длина волны»** на панели **«Источник инфракрасного излучения»** выберите длину волны равную 245 мкм. Как в пункте 6 при масштабе 500% с помощью датчика оптической плотности определите угол преломления луча света.

Полученные значения также ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦЫ 2 и 3.

8. Для выполнения остальных измерений (для длин волн в области аномальной и нормальной дисперсии) достаточно выполнять отсчеты по транспортеру при масштабе 500% с точностью до половины цены деления ($0,05^\circ$), не используя датчик оптической плотности.

При выполнении пункта 3 были определены три диапазона для детального исследования – один диапазон, в котором наблюдается аномальная дисперсия, и два диапазона, где наблюдается нормальная дисперсия слева и справа от аномальной дисперсии. Не изменяя угла падения, установите ползунок **«Длина волны»** на панели **«Источник инфракрасного излучения»** в положение, соответствующее началу левого детально исследуемого диапазона нормальной дисперсии (например, если при выполнении пункта 3 получены диапазоны длин волн: 26 – 43 мкм, 43 – 48 мкм, 48 – 63 мкм, то выберите длину волны, равную 26 мкм). Для того чтобы точно установить выбранное значение длины волны, используйте скроллинг мыши и кнопки со стрелками на клавиатуре.

По транспортеру, расположенному в области эксперимента, при масштабе 500% определите угол преломления луча света с точностью до $0,05^\circ$.

Повторите измерения для 10 длин волн с шагом 1,5 мкм.

Измеренные значения ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ 3.

9. Также по транспортеру при масштабе 500%, не изменяя угла падения, выполните измерения для длин волн, относящихся к области аномальной дисперсии, с шагом 0,1 мкм. Для того чтобы точно установить выбранное значение длины волны, используйте скроллинг мыши и кнопки со стрелками на клавиатуре. Обратите внимание, что в этой области показатель преломления меняется неравномерно. Поэтому одинаковое изменение длины волны может привести к различным (большим или малым) изменениям угла преломления. Измерения следует проводить с точностью $0,05^\circ$. Количество измерений в этой области зависит от длины диапазона, в котором наблюдается аномальная дисперсия.

После того как область аномальной дисперсии будет исследована, необходимо выполнить измерения во втором диапазоне, где наблюдается нормальная дисперсия, также как в пункте 8 для 10 длин волн с шагом 1,5 мкм.

Все измеренные значения ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ 3.

10. Для каждой длины волны, для которой проводились измерения углов падения и преломления, рассчитайте показатель преломления согласно закону преломления света. Расчеты выполняйте с точностью четыре десятичных знака после запятой.

11. С помощью раскрывающегося списка на панели «*Масштаб*» выберите масштаб отображения области эксперимента равный 100% (ползунок «Положение источника излучения» доступен только в этом масштабе). С помощью ползунка «*Положение источника излучения*» уменьшите угол падения луча на призму на 3–5°. Для более точного расположения источника излучения используйте скроллинг мыши. При перемещении источника излучения его точное положение (в градусах) автоматически указывается на панели «*Источник инфракрасного излучения*». Новому положению источника соответствует новое значение угла падения луча на призму.

Для нового угла падения повторите измерения угла преломления также и для тех же длин волн, что в пунктах 5–9.

12. Как в пункте 10 рассчитайте показатель преломления для каждой длины волны, для которой проводились измерения при новом угле падения в пункте 11.

13. При выполнении пунктов 10 и 12 получено по два значения показателя преломления для каждой длины волны из результатов измерений при разных углах падения. По этим данным рассчитайте среднее значение показателя преломления для каждой длины волны.

14. С помощью раскрывающегося списка на панели «*Масштаб*» выберите масштаб отображения области эксперимента равный 100% (ползунок «Положение источника излучения» доступен только в этом масштабе). С помощью ползунка «*Положение источника излучения*» добейтесь, чтобы луч света падал точно перпендикулярно боковой грани призмы, под углом 0°. Для более точного расположения источника излучения используйте скроллинг мыши. При перемещении источника излучения его точное положение (в градусах) автоматически указывается на панели «*Источник инфракрасного излучения*».

При таком положении источника излучения угол падения луча на призму равен нулю, поэтому угол преломления будет один и тот же (тоже равный нулю) для любой длины волны (независимо от показателя преломления). Это облегчит измерение оптической плотности призмы, а, следовательно, и показателя поглощения.

15. Из всех длин волн, для которых был определен показатель преломления, выберите наименьшую и с помощью ползунка «*Длина волны*» установите ее значение для используемого в работе источника инфракрасного излучения.

16. С помощью ползунка «*Положение датчика*» установите датчик измерения оптической плотности напротив источника излучения, под углом 0°. Луч, прошедший через призму, при этом должен упасть на датчик, который автоматически включится, в поле «*Оптическая плотность*» на панели «*Датчик*» появится значение.

Полученное значение ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ 3.

17. Не изменяя положения источника излучения и датчика оптической плотности, с помощью ползунка «*Длина волны*» на панели «*Источник инфракрасного излучения*» выберите поочередно значения всех длин волн, для которых был определен показатель преломления (включая 5 и 245 мкм). Для каждой длины волны запишите значение оптической плотности, которое измеряется датчиком.

Полученные значения ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ 3.

18. Зная радиус сечения призмы и оптическую плотность для фиксированной длины волны, рассчитайте показатель поглощения для этой длины волны. Выполните расчеты для всех длин волн, использованных в эксперименте.

19. С помощью счетчика «*Радиус*» на панели «*Призма*» можно изменять радиус сечения прямоугольной призмы от 5 до 15 мм. Увеличьте радиус сечения призмы на 3–7 мм. Вновь выполните измерения оптической плотности для всех длин волн, для которых был определен показатель преломления (включая 5 и 245 мкм).

Полученные значения ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ 3.

20. По измерениям оптической плотности призмы с сечением другого радиуса, изготовленной из того же материала, рассчитайте показатель поглощения для каждой длины волны, использованной в эксперименте.

21. По результатам, полученным для призм с разными радиусами сечения для одной и той же длины волны, рассчитайте среднее значение показателя поглощения для каждой длины волны.

22. На одном графике постройте две зависимости: показателя преломления и показателя поглощения исследуемого полупроводника от длины волны падающего света. Для повышения наглядности графиков используйте данные, полученные для длин волн от середины одного исследованного диапазона, где наблюдается нормальная дисперсия, до середины второго исследованного диапазона, где наблюдается нормальная дисперсия. Максимально удаленные от области аномальной дисперсии данные на графике отображать не нужно. Например, если в эксперименте были исследованы следующие диапазоны длин волн: 26 – 43 мкм, 43 – 48 мкм, 48 – 63 мкм, то график рекомендуется строить на интервале 30 – 60 мкм.

23. По значениям показателя преломления и показателя поглощения рассчитайте вещественную и мнимую компоненты диэлектрической проницаемости для каждой длины волны. Расчеты выполняйте с точностью четыре десятичных знака после запятой.

24. На одном графике постройте две зависимости: вещественной и мнимой компонент диэлектрической проницаемости от длины волны падающего света. Для повышения наглядности графики стройте на том же интервале, что и графики в пункте 22.

25. На основании проведенных расчетов по ТАБЛИЦЕ 3 определите длины волн, при которых вещественная и мнимая компоненты диэлектрической проницаемости имеют максимум и минимум.

26. Зная длины волн, при которых у вещественной компоненты диэлектрической проницаемости наблюдается максимум и минимум, рассчитайте длину волны λ_T собственных колебаний ионов и коэффициент пропорциональности β между частотой собственных колебаний и коэффициентом затухания.

Если мнимая компонента диэлектрической проницаемости при каких-либо длинах волн обращается в ноль (поглощение отсутствует), можно считать, что эта длина волны находится далеко от полосы поглощения. Поэтому проверьте, можно

ли по значениям мнимой компоненты диэлектрической проницаемости сделать вывод, что длины волн 5 и 245 мкм находятся далеко от полосы поглощения.

Тогда значение вещественной компоненты диэлектрической проницаемости при малых длинах волн (5 мкм) возьмите за ϵ_∞ , а при больших длинах волн (245 мкм) – за ϵ_s .

27. Зная массы образующих кристаллическую решетку атомов (ионов), которые указываются на панели «Призма» под раскрывающимся списком «Полупроводник» при выборе исследуемого вещества, рассчитайте приведенную массу ионов.

Зная период решетки, длину волны λ_T собственных колебаний ионов и предельные значения диэлектрической проницаемости ϵ_s и ϵ_∞ , рассчитайте эффективный заряд ионов кристаллической решетки. Выразите эффективный заряд в долях элементарного заряда электрона (вычислите отношение эффективного заряда ионов к элементарному заряду).

28. Вычислите относительную погрешность экспериментального определения эффективного заряда ионов: $\delta = \frac{|q_{теор} - q_{эксп}|}{q_{теор}} \cdot 100\%$, где $q_{эксп}$ – значение эффективного заряда, рассчитанного при выполнении предыдущего пункта, $q_{теор}$ – значение эффективного заряда, приведенного на панели «Призма» для исследуемого полупроводника.

29. Сделайте выводы.

В каком диапазоне длин волн для изучаемого полупроводника наблюдается аномальная дисперсия?

Как изменяется показатель преломления и показатель поглощения в области аномальной дисперсии и за ее пределами?

Совпадает ли длина волны, при которой показатель поглощения имеет максимум, с длиной волны собственных колебаний ионов кристаллической решетки? Почему?

Совпадают ли длины волн света, при которых показатель преломления и вещественная компонента диэлектрической проницаемости имеют минимум (максимум)? Если нет, то в какую сторону они смещены друг относительно друга? Почему?

Совпадают ли длины волн света, при которых показатель поглощения и мнимая компонента диэлектрической проницаемости имеют максимум? Если нет, то в какую сторону они смещены друг относительно друга? Почему?

Чем вызвана погрешность определения эффективного заряда ионов кристаллической решетки в полупроводниках?

Таблица 1

Дисперсия									
Нормальная			Аномальная				Нормальная		
5 мкм	–		–		–		–		245 мкм

Таблица 2

Длина волны, мкм	Угол падения $\alpha, ^\circ$	Угол преломления $\gamma, ^\circ$			Угол падения $\alpha, ^\circ$	Угол преломления $\gamma, ^\circ$		
		min	max	средний		min	max	средний
5	23							
245								

Таблица 3

№	Длина волны, мкм	Угол преломления γ , °	Показатель преломления n	Угол преломления γ , °	Показатель преломления n	Среднее значение показателя преломления n	Оптическая плотность D_λ	Показатель поглощения k	Оптическая плотность D_λ	Показатель поглощения k	Среднее значение показателя поглощения k	$\varepsilon_1 = n^2 - k^2$	$\varepsilon_2 = 2nk$
1.	5												
2.													
3.													
...	245												

5. Контрольные вопросы

1. Что характеризует показатель преломления?
2. Какое явление называют дисперсией света? При каких условиях наблюдается нормальная, аномальная дисперсия света?
3. Как дисперсия света объясняется классической теорией взаимодействия излучения с веществом?
4. Как вещественная и мнимая компоненты диэлектрической проницаемости связаны с показателем преломления и показателем поглощения света?
5. Опишите модель, которая в классической физике используется для объяснения взаимодействия ионов кристаллической решетки со светом при нормальных условиях. Запишите дифференциальное уравнение и его решение.
6. Как на основе дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости рассчитать эффективный заряд ионов кристаллической решетки алмазоподобного полупроводника?
7. Как определить показатель преломления из преломления луча монохроматического света прямоугольной призмой, сечением которой является полукруг (полуцилиндром)?
8. Что такое оптическая плотность призмы? Как, измерив оптическую плотность призмы, определить показатель поглощения?
9. Кратко опишите последовательность выполнения работы.

6. Литература

1. Ансельм А.И. Введение в теорию полупроводников. – М.: Наука, 1978. – 616 с.
2. Давыдов А.С. Теория твердого тела. – М.: Наука, 1976. – 636 с.
3. Епифанов Г.И. Физика твердого тела. – СПб.: Лань, 2011. – 288 с.
4. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. – М.: Наука, 1978. – 789 с.
5. Махутин В.Л., Ермаков В.Л. Физика твердого тела. – СПб.: Лань, 2010. – 224 с.
6. Уханов Ю.И. Оптические свойства полупроводников. – М.: Наука, 1977. – 368 с.
7. Физический энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия – 1983 – 928 с.
8. Харрисон У. Теория твердого тела. – М.: Мир, 1972. – 616 с.
9. Шалимова К.В. Физика полупроводников. – СПб.: Лань, 2010. – 400 с.

Учебное издание

РЕВИНСКАЯ Ольга Геннадьевна
БОРИСЕНКО Сергей Иванович
КРАВЧЕНКО Надежда Степановна

АНОМАЛЬНАЯ ДИСПЕРСИЯ СВЕТА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Учебно-методическое пособие по изучению моделей
физических процессов и явлений на компьютере
с помощью лабораторной работы № МодО–02
для студентов всех специальностей

**Отпечатано в Издательстве ТПУ в полном соответствии с качеством
предоставленного оригинал-макета**

Подписано к печати __.__.2022. Формат 60x84/16. Бумага «Классика».

Печать RISO. Усл.печ.л. 1,86. Уч.-изд.л. 1,68.

Заказ . Тираж 50 экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Издательства Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008



ИЗДАТЕЛЬСТВО ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru