МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
Отделение естественных наук ШБИП

УТВЕРЖДАЮ
Директор ШБИП
___________ Д.В. Чайковский
«__»_________ 2022 г.

О.Г. Ревинская, Н.С. Кравченко

ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ

Учебно-методическое пособие по изучению моделей физических
процессов и явлений на компьютере
с помощью лабораторной работы № МодК–02
для студентов всех специальностей

Издательство
Томского политехнического университета
2022

УДК 53. 076

Ревинская О.Г.
Затухающие колебания: учебно-методическое пособие по изучению моделей физических процессов и явлений на компьютере с помощью лабораторной работы № МодК–02 для студентов всех специальностей / О.Г. Ревинская, Н.С. Кравченко; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2022. – 15 с.

УДК 53.076

Учебно-методическое пособие рассмотрено и рекомендовано к изданию методическим семинаром отделения естественных наук ШБИП
«___» _________ 20___ г.

Зав. ОЕН ШБИП
проф., доктор физ.-мат. наук В.П. Кривобоков

Председатель учебно-методической комиссии
А.В. Макиенко

Рецензент
доктор тех. наук, профессор Томского политехнического университета
В.А. Москалев

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № МодК–02
ПО ИЗУЧЕНИЮ МОДЕЛЕЙ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ЯВЛЕНИЙ НА КОМПЬЮТЕРЕ

Затухающие колебания

Цель работы: изучение характеристик затухания свободного колебательного движения. Определение коэффициента затухания, логарифмического декремента, добротности.

1. Теоретическое содержание

1.1. Затухающие свободные колебания

Затуханием колебаний называется постепенное ослабление колебаний с течением времени, обусловленное потерей энергии колебательной системой. Свободные колебания реальных систем всегда затухают. Простейшим механизмом уменьшения энергии колебаний является ее превращение в теплоту вследствие трения в механических колебательных системах.

Затухающие свободные колебания физической величины s описываются дифференциальным уравнением вида:

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2\beta\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0.$$

Постоянная величина β называется ***коэффициентом затухания***. Круговая частота ω_0 характеризует свободные колебания той же колебательной системы без затухания и называется ***частотой собственных колебаний*** системы.

Из курса математического анализа известно, что вещественное решение $s(t)$ такого дифференциального уравнения необходимо искать в виде произведения функций

$$s(t) = e^{-\beta t}\,u\,(t),$$

где $u(t)$ – неизвестная вещественная функция. Тогда исходное дифференциальное уравнение преобразуется в уравнение вида

$$\frac{d^2u}{dt^2} + (\omega_0^2 - \beta^2)u = 0.$$

Решение полученного уравнения зависит от знака коэффициента $(\omega_0^2 - \beta^2)$ во втором слагаемом. Если этот коэффициент больше нуля, его можно обозначить $\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$. Тогда получим уравнение свободных колебаний с частотой ω

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \omega^2 u = 0.$$

В зависимости от начальных условий полученное уравнение имеет решение вида

$$u = A_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \text{ или } u = A_0 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Тогда затухающие колебания величины s описываются функциональными зависимостями типа:

$$s = A_0\, e^{-\beta t} \cos(\,\omega t + \varphi_0) \text{ или } s = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0).$$

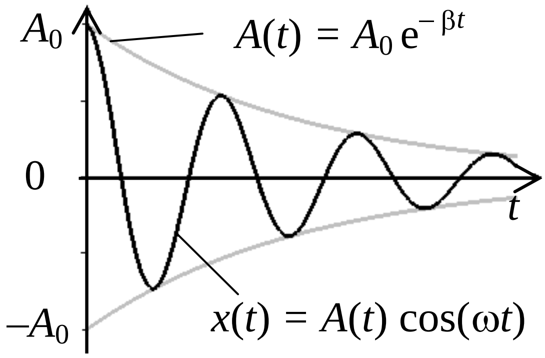

Рис. 1

Неотрицательная величина A_0 является ***начальной амплитудой*** затухающих колебаний, величина φ_0 – начальной фазой этих колебаний. Частота ω, которая называется ***частотой затухающих колебаний***, всегда меньше частоты собственных колебаний ω_0. Функция $A(t) = A_0 e^{-\beta t}$ описывает изменение амплитуды свободных колебаний со временем и называется ***амплитудой затухающих колебаний***. Амплитуда затухающих колебаний убывает со временем по экспоненциальному закону (рис. 1).

За промежуток времени τ, обратно пропорциональный коэффициенту затухания β, амплитуда затухающих колебаний уменьшается в e раз. Этот промежуток времени τ = 1/β называется ***временем релаксации***.

Затухание нарушает периодичность колебаний, поэтому понятие периода, как времени между двумя ближайшими одинаковыми значениями величины s, к затухающим колебаниям не применимо. При описании затухающих колебаний условно будем считать ***периодом затухающих колебаний*** промежуток времени T, за который фаза колебаний изменяется на 2π. Тогда $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Для количественной характеристики скорости убывания амплитуды затухающих колебаний вводят понятие декремента затухания. ***Декрементом затухания*** называется отношение амплитуды затухающих колебаний в некоторый момент времени t к амплитуде тех же колебаний на период позже $t + T$:

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}.$$

Декремент затухания характеризует, во сколько раз уменьшается амплитуда колебаний за один период.

Натуральный логарифм декремента затухания называется ***логарифмическим декрементом затухания*** θ

$$\theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T.$$

Добротность колебательной системы Q характеризует относительное изменение энергии за один период. Добротность пропорциональна отношению энергии $W(t)$ системы в некоторый момент времени t к изменению энергии $W(t) - W(t+T)$ за последующий период T

$$Q = 2\pi\frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}.$$

Энергия системы пропорциональна квадрату амплитуды колебаний, поэтому добротность равна

$$Q = 2\pi\frac{A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\theta}}$$

При малых значениях логарифмического декремента затухания $\theta << 1$ можно принять $1 - e^{-2\theta} \approx 2\theta$, тогда добротность $Q \approx \pi/\theta$ велика.

1.2. Затухающие колебания пружинного маятника

В данной работе затухающие колебания изучаются с помощью пружинного маятника.

Пружинным маятником называется тело массой m, соединенное с абсолютно упругой пружиной и совершающее свободные колебания под действием упругой силы $F_{упр} = -kx$. Коэффициент упругости k называют ***коэффициентом жесткости пружины***.

В реальных условиях на тело кроме силы упругости действует сила сопротивления среды (сила трения), пропорциональная скорости тела $F_{ср} = -bv$. Постоянная величина b называется ***коэффициентом сопротивления среды***. Тогда согласно второму закону Ньютона уравнение движения маятника примет вид:

$$ma = -bv - kx \text{ или } m\frac{d^2x}{dt^2} = -b\frac{dx}{dt} - kx.$$

Это уравнение легко привести к виду $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{b}{2m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0$, которое описывает затухающие свободные колебания по закону $x = A_0\, e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi_0)$ с коэффициентом затухания $\beta = \frac{b}{2m}$ и циклической частотой $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, где $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – циклическая частота собственных (незатухающих) колебаний того же маятника.

Коэффициент сопротивления среды b прямо пропорционален вязкости среды η и зависит от формы тела. Согласно формуле Стокса для шара радиуса R, движущегося так, что за ним не возникает завихрений, коэффициент сопротивления среды равен $b = 6\pi R\eta$. А коэффициент затухания β в такой среде

$$\beta = \frac{3\pi R}{m}\eta.$$

Вязкость среды η зависит от плотности и температуры среды. Значения вязкости различных веществ при различных условиях можно найти в справочной литературе.

2. Рабочие формулы

2.1. Коэффициент затухания

В данной работе необходимо определить коэффициент затухания β из эксперимента и сравнить его с теоретическим значением, для расчета которого используется вязкость среды η.

Если затухающие свободные колебания маятника происходят по закону $x(t) = A_0\ e^{-\beta t}\cos\omega t$ (с начальной фазой равной нулю), то в начальный момент времени $t = 0$ отклонение маятника от положения равновесия равно $x(0) = A_0$. Измерив координату маятника $x(t_1)$ в некоторый момент времени t_1, можно вычислить отношение координат $x(0)$ в начальный момент времени и $x(t_1)$ в момент времени t_1:

$$\frac{x(0)}{x(t_1)} = \frac{e^{\beta t_1}}{\cos\omega t_1},\ \text{тогда}\ \beta = \frac{1}{t_1}\ln\frac{A_0\cos\omega t_1}{x(t_1)}.$$

Существуют такие моменты времени, когда координата положения маятника по модулю равна амплитуде затухающих колебаний, когда $\cos\omega t_1 = \pm 1$. Этим моментам соответствуют точки экстремумов графика зависимости координаты маятника от времени. Если движение маятника описывается функциональной зависимостью $x(t) = A_0\,e^{-\beta t}\cos\omega t$, то график имеет максимумы через целое число периодов после начала движения в моменты времени $t_{max} = T, 2T, 3T, 4T$ ..., когда $\cos\omega t_{max} = 1$. График имеет минимумы через нечетное число полупериодов после начала движения в моменты времени $t_{min} = \frac{1}{2}T, 1\frac{1}{2}T, 2\frac{1}{2}T, 3\frac{1}{2}T$ ..., когда $\cos\omega t_{min} = -1$. Измерив координаты положения маятника в максимумах и минимумах графика, найдем коэффициент затухания

$$\beta = \frac{1}{t_{max}}\ln\frac{A_0}{x(t_{max})}\ \text{и}\ \beta = \frac{1}{t_{min}}\ln\frac{A_0}{-x(t_{min})}.$$

2.2. Логарифмический декремент затухания

Для определения логарифмического декремента затухания находят отношение амплитуд затухающих колебаний в моменты времени, отличающиеся на период $\theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)}$. Легко показать также, что логарифм отношения амплитуды затухающих колебаний в начальный момент времени A_0 к амплитуде затухающих колебаний $A(nT)$, спустя n периодов от начала движения, равен

$$\ln\frac{A_0}{A(nT)} = n\beta T = n\theta \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{1}{n}\ln\frac{A_0}{A(nT)}.$$

В точках экстремума модуль координаты равен амплитуде затухающих колебаний, поэтому экспериментально логарифмический декремент затухания можно определить из отношения координаты тела в начальный момент времени и координаты, соответствующей одному из экстремумов графика зависимости $x(t)$, наблюдавшемуся спустя n периодов от начала движения: $\theta = \frac{1}{n}\ln\frac{A_0}{|x(nT)|}$.

2.3. Добротность колебательной системы

Для определения добротности колебательной системы необходимо вычислить отношение полных энергий $W(t+T)$ и $W(t)$ колебательной системы в моменты времени, отличающиеся на период

$$Q = 2\pi\frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)} = 2\pi\frac{1}{1 - \frac{W(t+T)}{W(t)}}.$$

Энергия $W(t)$ колебательной системы в любой момент времени определяется квадратом амплитуды, поэтому

$$\frac{W(t+T)}{W(t)} = \frac{A^2(t+T)}{A^2(t)} = e^{-2\beta T}.$$

Отношение энергии $W(nT)$ колебательной системы через n периодов от начала движения к первоначальной энергии $W(0)$ соответственно равно $\frac{W(nT)}{W(0)} = \frac{A^2(nT)}{A_0^2} = e^{-2\beta T n} = \left(\frac{W(t+T)}{W(t)}\right)^n$. Тогда добротность можно записать $Q = 2\pi\frac{1}{1-\sqrt[n]{\frac{W(nT)}{W(0)}}}$.

В точках экстремума модуль координаты равен амплитуде затухающих колебаний, поэтому добротность можно вычислить, измерив координату тела в момент времени соответствующий экстремуму зависимости $x(t)$, наблюдавшемуся спустя n периодов от начала движения:

$$Q = \frac{2\pi}{1 - \left(\frac{|x(nT)|}{A_0}\right)^{\frac{2}{n}}}.$$

3. Модель экспериментальной установки

В данной работе с помощью средств компьютерной графики моделируется процесс затухающего свободного колебания пружинного маятника по закону $x(t) = A_0\, e^{-\beta t} \cos \omega t$. Движение происходит ***только под действием силы упругости и силы сопротивления среды***. Сила тяжести и все компенсирующие ее силы направлены перпендикулярно направлению движения маятника и не оказывают влияния на движение. Для определения времени, за которое маятник совершает заданное количество колебаний, используется секундомер, способный измерять время с точностью до 1 миллисекунды. Для определения координат маятника, соответствующих максимумам и минимумам, используется измерительный инструмент, способный измерять координаты с точностью 0,01 см. При указанных условиях погрешность определения коэффициента затухания в эксперименте не превышает 2–5%.

Работа выполняется на IBM-совместимом персональном компьютере в виде самостоятельного Windows-приложения. Для удобства выполнения работы в программе предусмотрены три раздела: краткое описание работы; порядок выполнения работы и эксперимент. Переключение между разделами осуществляется с помощью кнопок «Ход работы» и «Эксперимент». Нажатие этих кнопок в зависимости от контекста работы программы приводит либо к вызову соответствующих разделов, либо к возвращению в раздел описания.

Раздел программы «Эксперимент» содержит раскрывающийся список для выбора среды, панель инструментов с кнопками для выбора пружины, ползунок выбора массы тела, секундомер для измерения времени движения маятника, ползунок для измерения координаты маятника, а также вспомогательные кнопки и переключатель, позволяющие управлять экспериментом и регулировать процесс построения графика зависимости координаты тела от времени движения.

Варианты выполнения работы

Вариант	**Среда**	**Масса тела**	**Вариант**	**Среда**	**Масса тела**
1	Воздух (100°С)	0,020 г	27	Воздух (100°С)	0,040 г
2	Диэтиловый эфир (40°С)	0,025 г	28	Диэтиловый эфир (40°С)	0,055 г

Вари-ант	Среда	Масса тела	Вари-ант	Среда	Масса тела
3	Этиловый эфир (18°C)	0,030 г	29	Этиловый эфир (18°C)	0,070 г
4	Ацетон (50°C)	0,035 г	30	Ацетон (50°C)	0,075 г
5	Этилацетат (60°C)	0,040 г	31	Этилацетат (60°C)	0,080 г
6	Бензол (80°C)	0,045 г	32	Бензол (80°C)	0,080 г
7	Ацетон (20°C)	0,050 г	33	Ацетон (20°C)	0,080 г
8	Этилбензол (80°C)	0,055 г	34	Этилбензол (80°C)	0,085 г
9	Толуол (60°C)	0,060 г	35	Толуол (60°C)	0,085 г
10	Метанол (50°C)	0,065 г	36	Метанол (50°C)	0,085 г
11	Гептан (20°C)	0,065 г	37	Гептан (20°C)	0,090 г
12	Бензол (50°C)	0,070 г	38	Бензол (50°C)	0,090 г
13	Вода (60°C)	0,070 г	39	Вода (60°C)	0,090 г
14	Воздух (100°C)	0,030 г	40	Воздух (100°C)	0,050 г
15	Диэтиловый эфир (40°C)	0,040 г	41	Диэтиловый эфир (40°C)	0,070 г
16	Этиловый эфир (18°C)	0,050 г	42	Этиловый эфир (18°C)	0,085 г
17	Ацетон (50°C)	0,055 г	43	Ацетон (50°C)	0,095 г
18	Этилацетат (60°C)	0,060 г	44	Этилацетат (60°C)	0,1 г
19	Бензол (80°C)	0,060 г	45	Бензол (80°C)	0,1 г
20	Ацетон (20°C)	0,065 г	46	Ацетон (20°C)	0,095 г
21	Этилбензол (80°C)	0,070 г	47	Этилбензол (80°C)	0,1 г
22	Толуол (60°C)	0,075 г	48	Толуол (60°C)	0,095 г
23	Метанол (50°C)	0,075 г	49	Метанол (50°C)	0,095 г
24	Гептан (20°C)	0,080 г	50	Гептан (20°C)	0,1 г
25	Бензол (50°C)	0,080 г	51	Бензол (50°C)	0,1 г
26	Вода (60°C)	0,080 г	52	Вода (60°C)	0,1 г

4. Порядок выполнения работы

4.1. Краткое описание хода работы

1. Выберите среду (по указанию преподавателя).
2. Выберите значение массы тела (по указанию преподавателя).
3. Выберите пружину с минимальной жесткостью.
4. Постройте график координаты тела от времени движения и измерьте время, за которое маятник совершает пять колебаний.

5. Измерьте координату двух максимумов и двух минимумов.

6. Вычислите период колебаний.

7. Вычислите коэффициент затухания по значениям двух максимумов и двух минимумов.

8. Вычислите добротность и логарифмический декремент затухания.

9. Вычислите среднее значение добротности и логарифмического декремента затухания маятника.

10. Выберите пружину с жесткостью больше предыдущей.

11. Повторите опыт, начиная с пункта 4.

12. Повторите опыт для пяти пружин разной жесткости.

13. Вычислите среднее значение коэффициента затухания.

14. Определите коэффициент затухания из графика зависимости логарифмического декремента затухания от периода колебаний маятника.

15. Вычислите относительную и абсолютную погрешность коэффициента затухания.

16. Вычислите теоретическое значение циклической частоты колебаний, коэффициента затухания, добротности и логарифмического декремента затухания.

17. Сделайте выводы.

4.2. Подробное описание хода работы

При выполнении работы рекомендуется следующая последовательность действий:

1. Раскрывающийся список ***«Среда»*** содержит набор газов и жидкостей, обладающих различными вязкостями: вакуум, воздух (100°C), эфир этиловый (18°C), ацетон (20°C), ацетон (10°C), бензол (50°C), вода (60°C). Выберите среду, в которой будет проходить эксперимент (по указанию преподавателя). Для выбранной среды под списком автоматически указывается коэффициент вязкости, который необходим для вычисления теоретического значения коэффициента затухания.

2. Выберите значение массы тела (по указанию преподавателя). Коэффициент затухания зависит от массы тела. С помощью ползунка ***«Масса тела»*** необходимо выбрать массу и не менять ее в течение всей работы. Точное значение массы указывается над ползунком. Тело имеет форму шара. Значение радиуса тела указывается под ползунком.

3. С помощью кнопок на панели инструментов ***«Пружина»*** выберите пружину с минимальным коэффициентом жесткости. Значение коэффициента жесткости выбранной пружины автоматически указывается под кнопками.

4. Постройте график координаты тела от времени движения и измерьте время, за которое маятник совершает пять колебаний.

Для этого нажмите кнопку ***«Начать эксперимент»***. Начнётся движение маятника, включится секундомер. Одновременно строится график координаты тела от времени. Список сред, кнопки на панели инструментов «Пружины» и ползунок

«Масса тела» станут недоступными. Продолжительность эксперимента 50 секунд. Когда тело совершит пять колебаний, секундомер остановится, а тело будет продолжать колебаться.

Если в процессе эксперимента Вы вспомнили, что неправильно установили какую-либо величину (выбрали среду, пружину или массу груза), нажмите кнопку ***«Остановить эксперимент»***. Тело и секундомер остановятся. Список сред, кнопки на панели инструментов «Пружины» и ползунок «Масса тела» станут доступными. После этого можно изменить настройки и повторить опыт.

5. Необходимо измерить координаты тела, соответствующие двум максимумам и двум минимумам.

Первоначальное отклонение пружинного маятника от положения равновесия равно 1,5 см. В течение одного периода график координаты маятника имеет один максимум и один минимум. За время эксперимента маятник совершает несколько колебаний, график имеет несколько максимумов и минимумов.

Справа от графика расположен ползунок ***«Измерение координаты»***, с перемещением которого синхронизована измерительная линия. Перемещая ползунок ***«Измерение координаты»***, совместите измерительную линию с положением какого-либо максимума или минимума графика. Для более точного совмещения используйте скроллинг мыши. Координата измерительной линии автоматически указывается рядом с графиком в виде: «*Координата x, см:* *.**».

Таким образом измерьте координаты двух максимумов и двух минимумов. Для измерения выбирайте такие максимумы и минимумы, величины которых близки половине первоначального отклонения (0,75 см).

По графику определите, спустя какое количество периодов (целое или полуцелое) наблюдался каждый, выбранный Вами максимум и минимум. Например, измеренные максимумы наблюдались через 3 и 5 периодов от начала движения; а минимумы – через 3,5 и 4,5 периода (в зависимости от выбранных для измерения минимумов и максимумов).

РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ.

6. Вычислите период колебаний следующим образом.

Известно, что период колебаний – это время одного колебания.

Чтобы определить период T надо время колебаний t разделить на количество колебаний N: $T = \frac{t}{N}$.

Обратите внимание! Так как в эксперименте время измеряется с точностью до трех десятичных знаков после запятой, вычисление периода колебаний необходимо проводить с точностью до четырех десятичных знаков после запятой.

7. Вычислите коэффициент затухания по значениям двух максимумов и двух минимумов следующим образом.

Период колебаний известен. Вычислите, моменты времени t_{max} и t_{min}, когда наблюдались измеренные Вами максимумы и минимумы. Для этого период надо умножить на количество периодов, прошедших с начала движения $t_{max,min}$. Для максимумов количество периодов n – целое (например, 3 или 5), для минимумов – полуцелое (например, 3,5 или 4,5).

Начальная амплитуда A_0 = 1,5 см.

Вычислите коэффициент затухания β по всем измеренным значениям координат тела $x(t_{max})$ в максимумах и $x(t_{min})$ минимумах:

$$\beta = \frac{1}{t_{max}} \ln \frac{A_0}{x(t_{max})}; \ \beta = \frac{1}{t_{min}} \ln \frac{A_0}{-x(t_{min})}.$$

Вычисления необходимо проводить с точностью до трех значащих цифр.

8. Для каждого измеренного значения $x(nT)$ максимума и минимума вычислите добротность и логарифмический декремент затухания:

$$Q = \frac{2\pi}{1 - \left(\frac{|x(nT)|}{A_0}\right)^{\frac{2}{n}}}, \quad \theta = \frac{1}{n} \ln \frac{A_0}{|x(nT)|}.$$

Учитывая $t_{max,min}$, измеренные координаты в максимуме: $x(nT) = x(t_{max})$, а в минимуме: $x(nT) = x(t_{min})$.

Вычисления необходимо проводить с точностью до трех значащих цифр.

Рекомендация. Для вычисления величины $\left(\frac{|x(nT)|}{A_0}\right)^{\frac{2}{n}}$ воспользуйтесь формулой $x^y = \exp(y \ln(x))$. Тогда $\left(\frac{|x(nT)|}{A_0}\right)^{\frac{2}{n}} = \exp\left(\frac{2}{n} \ln\left(\frac{|x(nT)|}{A_0}\right)\right)$.

9. Вычислите среднее значение добротности и логарифмического декремента затухания маятника.

10. Коэффициент затухания не зависит от жесткости пружины. С помощью кнопок на панели инструментов ***«Пружины»*** выберите пружину с другим коэффициентом жесткости, больше предыдущего. Значение коэффициента жесткости пружины автоматически указывается под кнопками.

Период колебаний маятника изменится. Максимумы и минимумы будут наблюдаться в другие моменты времени.

11. Повторите опыт, начиная с пункта 4.

Чтобы измерить координаты тела в максимумах и минимумах, необходимо построить график. Необходимо, чтобы переключатель (флажок) ***«Строить график»*** был включен (установлен). График зависимости координаты маятника от времени будет строиться поверх предыдущего графика.

Нажмите кнопку ***«Начать эксперимент»***. Опыт начнется заново.

12. Повторите опыт для пяти пружин разной жесткости.

Чтобы уменьшить вероятность ошибки при определении координат тела в максимумах и минимумах, НЕ СТРОЙТЕ на одном графике больше ТРЁХ КРИВЫХ. Сотрите график с помощью кнопки ***«Очистить»*** и продолжайте эксперимент.

После окончания измерений очистите график с помощью кнопки ***«Очистить»***. С помощью кнопок на панели инструментов ***«Пружины»*** выберите одну из пружин (по своему усмотрению) и вновь выполните эксперимент. Срисуйте график или сохраните в виде bmp- или jpg-файла с помощью кнопки ***«Сохранить»***.

13. Вычислите среднее значение коэффициента затухания.

Для этого надо сложить значения коэффициентов β_1, β_2, … β_n, полученные во всех опытах. Результат разделить на количество полученных коэффициентов *n*: $\beta_{cp} = \frac{\beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_n}{n}$. Вычисления необходимо проводить с точностью до трех значащих цифр.

14. Определите коэффициент затухания из графика зависимости логарифмического декремента затухания от периода колебаний маятника.

Для этого используя полученные средние значения логарифмического декремента затухания, постройте график зависимости $\theta = \theta(T)$ от периода колебаний маятника. Масштаб по оси абсцисс выберите так, чтобы значения периодов колебаний, рассчитанные для различных опытов, располагались на оси как можно дальше друг от друга. Масштаб по оси ординат выберите так, чтобы средние значения логарифмического декремента, соответствующие каждому опыту, располагались на оси как можно дальше друг от друга. Начало координат отображать не графике не нужно. Нанесите точки на график. Зависимость должна носить линейный характер: $\theta = \beta T$. Проведите прямую. По тангенсу угла наклона графика определите коэффициент затухания $\beta_{гр}$: тангенс угла наклона графика равен коэффициенту затухания.

15. Вычислите относительную и абсолютную погрешность коэффициента затухания.

16. Для каждого из маятников, использованных в эксперименте, вычислите теоретическое значение циклической частоты колебаний, коэффициента затухания, добротности и логарифмического декремента затухания. Сравните эти значения со значениями, полученными из эксперимента.

Теоретическое значение частоты собственных колебаний определяется массой m тела и коэффициентом жесткости k: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Теоретическое значение коэффициента затухания определяется вязкостью среды η, массой m и радиусом R тела по формуле: $\beta = \frac{3\pi R}{m}\eta$.

Частота затухающих колебаний $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, период $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Логарифмический декремент затухания $\theta = \beta T$.

Добротность $Q = \frac{2\pi}{1-e^{-2\beta T}}$.

Для корректности сравнения необходимо, чтобы теоретические значения имели бы столько же значащих цифр, как и экспериментальные.

17. Сделайте выводы.

Зависит ли коэффициент затухания от жесткости пружины?

Можно ли считать, что в данном эксперименте сопротивление среды пропорционально скорости?

Совпадают ли теоретическое и экспериментальные значения коэффициента затухания? Что больше, разница между теоретическим и экспериментальным значением коэффициента затухания или абсолютная погрешность?

Совпадают ли теоретическое и экспериментальное значения добротности и логарифмического декремента затухания?

5. Контрольные вопросы

1. Какие колебания называются затухающими?
2. Каким уравнением описываются затухающие колебания? Как получить решение этого уравнения?
3. Какую величину называют периодом затухающих колебаний?
4. Что такое логарифмический декремент затухания?
5. Что такое добротность колебательной системы?
6. Какую величину называют коэффициентом сопротивления среды?

7. Как коэффициент затухания связан с вязкостью среды, в которой происходят колебания?

8. Как из эксперимента определить коэффициент затухания?

9. Как из эксперимента определить логарифмический декремент затухания?

10. Как из эксперимента определить добротность колебательной системы?

11. Опишите порядок выполнения работы.

Таблица

№ п/п	Жесткость пружины k, Н/м	Время пяти полных колебаний, с	Период колебаний T, с	Координата тела в минимуме или максимуме, см	Количество периодов от начала движения, когда наблюдался min или max	Время прохождения минимума или максимума, с	Коэффициент затухания β, с$^{-1}$	Логарифмический декремент θ	Добротность Q
1									
2									
3									
4									
Среднее значение для пружины:									
1									
…									
4									
Среднее значение для пружины:									
Средний коэффициент затухания, с$^{-1}$									

При создании данной работы авторы опирались на материалы моделирующей лабораторной работы «Колебания при наличии сопротивления», написанной К.Б. Коротченко, Ю.А. Сивовым в 1996–98 гг.

Учебное издание

РЕВИНСКАЯ Ольга Геннадьевна
КРАВЧЕНКО Надежда Степановна

ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ

Учебно-методическое пособие по изучению моделей
физических процессов и явлений на компьютере
с помощью лабораторной работы № МодК–02
для студентов всех специальностей

Отпечатано в Издательстве ТПУ в полном соответствии с качеством предоставленного оригинал-макета

Подписано к печати __.__.2022. Формат 60x84/16. Бумага «Классика».
Печать RISO. Усл.печ.л. _____. Уч.-изд.л. _____.
Заказ . Тираж 50 экз.

Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Издательства Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru