

О. Г. Ревинская, С. И. Борисенко, Н. С. Кравченко

МОДЕЛЬ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ АНОМАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИИ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ И ЕЕ РЕАЛИЗАЦИЯ НА КОМПЬЮТЕРЕ

Предложена модель лабораторного исследования аномальной дисперсии света в полупроводниках, объясняемая в курсе общей физики вынужденными колебаниями гармонических осцилляторов, описывающих совокупные колебания ионов элементарной ячейки кристаллической решетки. Показано, что на основе предложенной методики исследования можно определить частоту собственных колебаний и эффективный заряд ионов элементарной ячейки кристаллической решетки полупроводника. Работа способствует расширению представлений студентов о методах исследования взаимодействия света с веществом.

Ключевые слова: физическая модель, нормальная и аномальная дисперсия, диэлектрическая проницаемость, показатель преломления, показатель поглощения, эффективные физические характеристики осциллятора, компьютерная лабораторная работа.

Введение

Объяснение дисперсионных свойств различных материалов является одним из важных фундаментальных разделов курса общей физики, преподаваемого в вузах. Это объяснение базируется на классической теории Максвелла взаимодействия света с веществом. Дисперсия, как зависимость показателя преломления от длины волны (частоты) падающего света, связана с различной диэлектрической проницаемостью вещества для света различной длины волны.

Традиционно в лекционном курсе излагается общая теория, объясняющая как нормальную, так и аномальную дисперсию вынужденными колебаниями заряженных гармонических осцилляторов под действием колебаний электрического поля электромагнитной волны. Однако методическая общность такого теоретического описания нарушается в лабораторном практикуме, который предлагает студентам только работу по изучению нормальной дисперсии треугольной призмы с помощью гониометра.

Создание лабораторной работы по изучению аномальной дисперсии позволило бы не только добиться методической цельности рассмотрения дисперсии в курсе общей физики, но и подчеркнуть особенности методики исследований, связанных с изучением аномальной дисперсии.

Поскольку аномальная дисперсия наблюдается вблизи полосы поглощения, для экспериментального изучения в курсе общей физики необходимо выбрать вещества, имеющие достаточно широкую изолированную полосу поглощения. Многие полупроводники имеют такую полосу в инфракрасной области. Для обоснования методики экспериментального исследования рассмотрим одну из физических моделей, описывающую аномальную дисперсию света в полупроводниках — однофононный резонанс.

Физическая модель

В отличие от нормальной дисперсии, где основным механизмом изменения диэлектрической проницаемости вещества принято считать вынужденные колебания оптического электрона атома [1], одной из причин аномальной дисперсии в полупроводниках можно считать колебания ионов кристаллической решетки [2].

В рамках классической теории колебания ионов кристаллической решетки за счет упругих сил взаимодействия между ними можно представить как колебания независимых гармонических осцилляторов — квазичастиц, имеющих некоторый эффективный заряд q и эффективную массу m . Гармонический осциллятор в этом случае является упрощенной моделью совокупных колебаний ионов, образующих элементарную ячейку кристаллической решетки полупроводника, как целого. Колебания этих осцилляторов распространяются по кристаллической решетке в виде волн с определенными (разрешенными) частотами. В кристаллах распространяются два вида волн — акустические и оптические. Каждая из них может быть продольной и поперечной. Взаимодействие света, который представляет собой поперечную волну, происходит с поперечными оптическими колебаниями (волнами) кристаллической решетки. В полупроводниках с алмазоподобным строением кристалла движение ионов элементарной ячейки кристаллической решетки можно описать гармоническим осциллятором, имеющим одну разрешенную частоту ω_T поперечных оптических колебаний — однофононный резонанс [2].

В этом приближении смещение \vec{r} заряженной квазичастицы из положения равновесия в процессе колебаний осциллятора создает дипольный момент \vec{p} (поляризованность) элементарной ячейки кристаллической решетки. Поляризованность \vec{P} полупроводника в целом равна сумме дипольных моментов \vec{p} элементарных ячеек кристаллической решетки: $\vec{P} = N\vec{p}$, где N — концентрация элементар-

ных ячеек кристаллической решетки (гармонических осцилляторов) в единице объема.

Тогда нетрудно показать связь диэлектрической проницаемости ε вещества с дипольным моментом элементарной ячейки кристаллической решетки полупроводника:

$$\varepsilon = 1 + \kappa = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E} = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{E}.$$

В классическом приближении можно считать, что смещение \vec{r} квазичастицы относительно ее положения равновесия возникает вследствие вынужденных колебаний гармонического осциллятора (квазичастицы) под действием внешней гармонической силы (электрического поля электромагнитной волны) и описывается уравнением движения:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_{\text{упр}} + \vec{F}_{\text{сопр}} + \vec{F}_{\text{вн}} \quad \text{или} \quad \ddot{\vec{r}} + b\dot{\vec{r}} + \omega_T^2 \vec{r} = \frac{q}{m} \vec{E}_0 e^{i\omega t},$$

где $\vec{F}_{\text{упр}} = -m\omega_T^2 \vec{r}$ — суммарная квазиупругая сила, заставляющая квазичастицу колебаться гармонически с частотой ω_T ; $\vec{F}_{\text{сопр}} = -mb\dot{\vec{r}}$ — сила «сопротивления», описывающая затухание собственных колебаний квазичастицы; $\vec{F}_{\text{вн}} = q\vec{E} = q\vec{E}_0 e^{i\omega t}$ — вынуждающая гармоническая сила.

Из теории дифференциальных уравнений известно, что решение полученного неоднородного уравнения представляет собой сумму общего решения однородного уравнения (уравнения затухающих колебаний) и частного решения неоднородного уравнения. Общее решение однородного уравнения (уравнения затухающих колебаний) $\ddot{\vec{r}} + b\dot{\vec{r}} + \omega_T^2 \vec{r} = 0$ не зависит от частоты вынуждающей силы (частоты света), поэтому не влияет на дисперсионные свойства вещества. Частное решение неоднородного уравнения записывают в виде, аналогичном виду вынуждающей силы: $\vec{r} = \vec{C}_0 e^{i\omega t}$, где \vec{C}_0 — некоторая константа. Тогда, подставив \vec{r} в исходное дифференциальное уравнение, получим

$$(\omega_T^2 - \omega^2 + i b \omega) \vec{r} = \frac{q}{m} \vec{E}_0 e^{i\omega t} = \frac{q}{m} \vec{E}.$$

Частное решение неоднородного дифференциального уравнения примет вид:

$$\vec{r} = \frac{q\vec{E}/m}{\omega_T^2 - \omega^2 + i b \omega} \quad \text{или} \quad \vec{r} = \frac{q\vec{E}}{m} \cdot \frac{\omega_T^2 - \omega^2 - i b \omega}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}.$$

Тогда, учитывая, что дипольный момент осциллирующей квазичастицы $\vec{p} = q\vec{r}$, получим зависимость диэлектрической проницаемости от частоты света:

$$\varepsilon = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{E} = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{m} \cdot \frac{\omega_T^2 - \omega^2 - i b \omega}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}.$$

Проанализировав полученную зависимость $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$, можно заметить, что вдали от полосы поглощения диэлектрическая проницаемость стремится к константам. Если диэлектрическую проницаемость при $\omega \rightarrow \infty$ обозначить через ε_∞ , а при $\omega \rightarrow 0$ через ε_s , то дисперсионную (частотную) зависимость диэлектрической проницаемости можно записать в виде:

$$\varepsilon = \varepsilon_\infty + \omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \cdot \frac{\omega_T^2 - \omega^2 - i b \omega}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}.$$

Учитывая, что $\varepsilon = \varepsilon_1 - i\varepsilon_2$, можно получить вещественную ε_1 и мнимую ε_2 составляющие диэлектрической проницаемости в виде:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_\infty + \omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \cdot \frac{\omega_T^2 - \omega^2}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2},$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) b \omega}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}.$$

С другой стороны диэлектрическая проницаемость связана с показателем преломления n и показателем поглощения k вещества:

$$\varepsilon = (n - ik)^2 = (n^2 - k^2) - i \cdot 2nk.$$

Из сравнения двух комплексных представлений диэлектрической проницаемости ε легко получить связь n и k с вещественной ε_1 и мнимой ε_2 составляющими диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon_1 = n^2 - k^2, \quad \varepsilon_2 = 2nk.$$

Эта связь с одной стороны раскрывает характер зависимости от частоты падающего света $n = n(\omega)$, $k = k(\omega)$, а с другой создает основу для экспериментальных исследований дисперсионных свойств полупроводников, так как показатель преломления и показатель поглощения могут быть измерены экспериментально.

Методика изучения дисперсионных свойств полупроводника

Пусть экспериментально получены зависимости $n = n(\omega)$, $k = k(\omega)$. Согласно приведенным выше уравнениям по этим зависимостям можно найти функции $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\omega)$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\omega)$.

Для определения параметров ω_T и b , входящих в ε_1 и ε_2 , исследуем на экстремум $\varepsilon_1(\omega)$. Найдем ее производную

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\omega} = 2\omega_T^2(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \times \\ \times \frac{-\omega((\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2) - (\omega_T^2 - \omega^2)(-2\omega(\omega_T^2 - \omega^2) + b^2\omega)}{((\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2)^2}.$$

Приравняв числитель к нулю, получим

$$\omega^2 = \omega_T^2 \pm b\omega_T.$$

Функция $\varepsilon_1(\omega)$ имеет максимум и минимум, соответственно, при частотах

$$\omega_{\max} = \sqrt{\omega_T^2 - b\omega_T} \quad \text{и} \quad \omega_{\min} = \sqrt{\omega_T^2 + b\omega_T}.$$

Очевидно, для получения параметров ε_∞ , ε_s , ω_T и b , определяющих зависимость диэлектрической проницаемости от длины волны (частоты) падающего света, необходимо измерить показатель преломления света n_s при $\omega \ll \omega_T$, n_∞ при $\omega \gg \omega_T$ и определить, при каких частотах ω_{\max} и ω_{\min} наблюдаются максимальное и минимальное значения вещественной составляющей ε_1 диэлектрической проницаемости. Тогда

$$\varepsilon_\infty = n_\infty^2 \quad \text{и} \quad \varepsilon_s = n_s^2.$$

А из $\omega_{\max}^2 = \omega_T^2 - b\omega_T$ и $\omega_{\min}^2 = \omega_T^2 + b\omega_T$ следует, что

$$\omega_T^2 = \frac{\omega_{\max}^2 + \omega_{\min}^2}{2}, \quad b = \frac{\omega_{\min}^2 - \omega_{\max}^2}{2\omega_T}.$$

Также можно ввести безразмерную величину β , равную $\beta = b/\omega_T$ и характеризующую во сколько раз коэффициент затухания меньше частоты собственных колебаний квазичастицы:

$$\beta = \frac{b}{\omega_T} = \frac{\omega_{\min}^2 - \omega_{\max}^2}{\omega_{\max}^2 + \omega_{\min}^2} \quad \text{и} \quad b = \beta \cdot \omega_T.$$

Аналогично можно показать, что мнимая составляющая ε_2 диэлектрической проницаемости имеет максимум при частоте

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{6} \left(2\omega_T^2 - b^2 + \sqrt{16\omega_T^4 - 4\omega_T^2 b^2 + b^4} \right)}.$$

То есть максимум наблюдается при частоте близкой, но отличной от частоты собственных колебаний ω_T квазичастицы. Это отличие тем больше, чем больше коэффициент затухания b (при $b \rightarrow 0$ $\omega_2 \rightarrow \omega_T$). Так как зависимость между парами величин n , k и ε_1 , ε_2 нелинейная, то максимумы и минимумы зависимостей $n = n(\omega)$ и $k = k(\omega)$ будут смещены относительно максимумов и минимумов зависимостей $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\omega)$, и не будут совпадать ни с ω_T , ни с ω_2 , ω_{\max} и ω_{\min} . Поэтому нельзя получить ω_T и b непосредственно из $n = n(\omega)$, $k = k(\omega)$, и придется выполнять восстановление зависимостей $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\omega)$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\omega)$ как промежуточный этап исследования.

Используя параметры (ε_∞ , ε_s , ω_T , β) дисперсионной кривой, можно рассчитать эффективный заряд q введенной для описания совокупных колебаний ионов элементарной ячейки кристаллической решетки квазичастицы. Поскольку

$$\frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{m} = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\omega_T^2,$$

тогда

$$q = \omega_T \sqrt{\varepsilon_0 m \Omega (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)},$$

где для алмазоподобных полупроводников, элементарная ячейка кристаллической решетки которых имеет период a и состоит из атомов двух видов массами m_A и m_B , $\Omega = 1/N = a^3/4$ — объем элементарной ячейки, $m = m_A m_B / (m_A + m_B)$ — эффективная (приведенная) масса.

Экспериментальное измерение показателя преломления и показателя поглощения

Для экспериментального определения показателя преломления и показателя поглощения можно использовать прямоугольную призму, сечением которой является полукруг, изготовленную из изучаемого полупроводникового материала (рис. 1). Тогда показатель преломления n можно определить из закона преломления света

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n,$$

а показатель поглощения — из закона Бугера–Ламберта–Бера

$$I = I_0 e^{-\kappa_\lambda R},$$

где коэффициент поглощения κ_λ связан с показателем поглощения k следующим соотношением

$$\kappa_\lambda = \frac{4\pi}{\lambda} k.$$

Так как показатель преломления существенно меняется при удалении от частоты поглощения, то относительная интенсивность I_0/I света, прошедшего через призму (рис. 1), может меняться на несколько порядков. Поэтому для практических измерений более удобной является не относительная интенсивность I_0/I , а оптическая плотность D_λ — безразмерная физическая величина, характеризующая степень непрозрачности слоя вещества толщиной R для световых лучей, численно равная десятичному логарифму относительной интенсивности света, прошедшего через поглощающую среду толщиной R :

$$D_\lambda = \lg \frac{I_0}{I} = \lg e^{\kappa_\lambda R} = \kappa_\lambda R \cdot \lg e = \frac{\kappa_\lambda R}{\ln 10}.$$

Тогда измерив оптическую плотность D_λ призмы (рис. 1) при прохождении через нее света фиксированной длины волны λ , можно определить показатель поглощения k :

$$k = \frac{\lambda}{4\pi} \cdot \frac{D_\lambda \cdot \ln 10}{R}.$$

Компьютерная модель экспериментальной установки и результаты исследования

На основании изложенной физической модели и методики исследования авторами разработана компьютерная лабораторная работа «Аномальная дисперсия света в полупроводниках» (рис. 2).

Для определения параметров дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости необходимо выполнить измерения

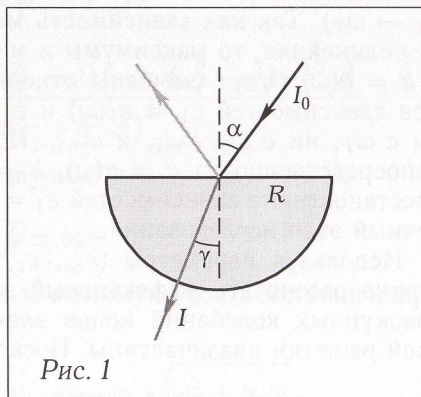


Рис. 1

как в области аномальной дисперсии, так и вдали от нее. Поэтому в работе используется источник инфракрасного монохроматического света, длину волны которого можно изменять в пределах 5–245 мкм. Вначале исследований необходимо определить, в каком диапазоне длин волн для изучаемого полупроводника наблюдается аномальная дисперсия. Установив неподвижно источник света так, чтобы луч падал под углом к плоской грани призмы, плавно увеличивают длину волны. В области нормальной дисперсии угол преломления медленно увеличивается с увеличением длины волны падающего света. В области аномальной дисперсии, наоборот, — резко уменьшается. Таким образом, наблюдая за преломлением луча, можно определить, при какой длине волны угол преломления имеет минимальное и максимальное значения. Эти значения длин волн соответствуют диапазону, где наблюдается аномальная дисперсия для данного полупроводникового материала.

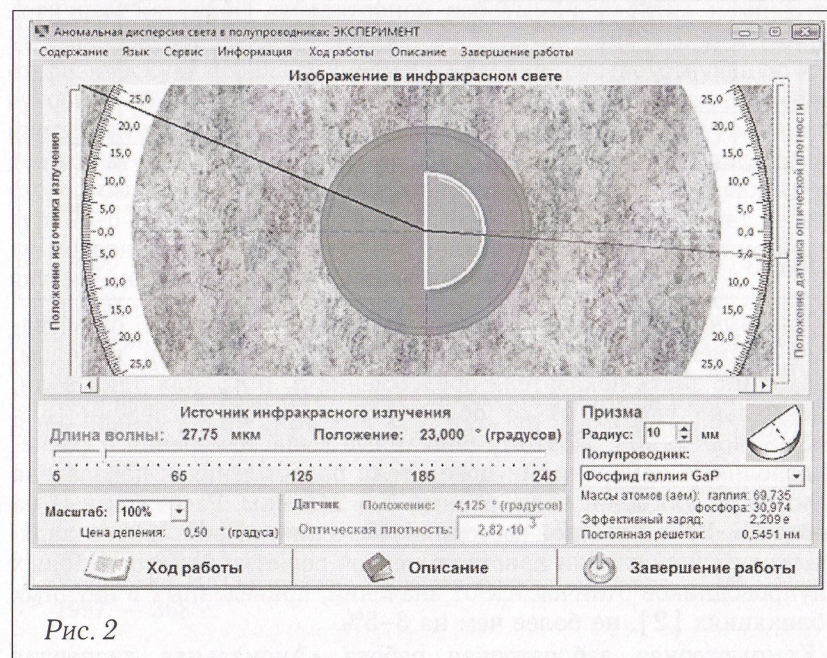


Рис. 2

За счет нелинейного характера взаимосвязи диэлектрической проницаемости с показателем поглощения и показателем преломления максимум и минимум вещественной составляющей диэлектрической проницаемости ϵ_1 смещены относительно максимума и минимума показателя преломления n в сторону больших длин волн (рис. 3). Поэтому для определения положения экстремумов зависимости вещественной составляющей диэлектрической проницаемости от длины волны необходимо выполнить ряд измерений вели-

чин n и k в области несколько более широкой, чем область аномальной дисперсии. Рассчитав по полученным для каждой длины волны данным значения вещественной и мнимой составляющих диэлектрической проницаемости, можно определить, при каких длинах волн (частотах ω_{\max} , ω_{\min} , ω_2) эти функции имеют максимум и минимум. На основании этих исследований можно рассчитать частоту ω_T собственных колебаний квазичастицы и коэффициент затухания b этих колебаний в полупроводнике.

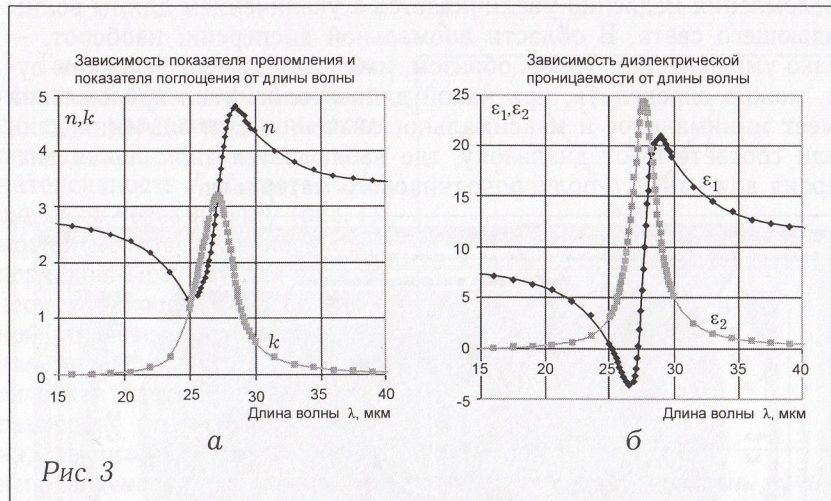


Рис. 3

Для вычисления эффективного заряда квазичастицы, описывающей элементарную ячейку кристаллической решетки в целом, необходимо знать показатели преломления n_s и n_∞ для длин волн, максимально удаленных от области аномальной дисперсии (для $\omega \ll \omega_T$ и $\omega \gg \omega_T$). Поэтому описанные выше измерения и расчеты дополняют измерениями показателя преломления и показателя поглощения для длин волн, равных 5 и 245 мкм. Рассчитанные на основании предложенной методики значения эффективного заряда элементарной ячейки кристаллической решетки алмазоподобных полупроводников отличаются от значений, приведенных в научных публикациях [2], не более чем на 3–5%.

Компьютерная лабораторная работа «Аномальная дисперсия света в полупроводниках» позволяет выполнять исследования для следующих полупроводниковых материалов, обладающих различными дисперсионными свойствами: фосфид галлия GaP, арсенид алюминия AlAs, фосфид индия InP, арсенид галлия GaAs, сурьмянистый галлий GaSb, арсенид индия InAs, антимонид индия InSb. На рис. 3 приведены полученные при выполнении данной работы зависимости показателя преломления и показателя поглощения (рис. 3а), а также вещественной и мнимой составляющих

диэлектрической проницаемости (рис. 3б) от длины волны падающего света для арсенида алюминия.

Заключение

Выполнение данной работы в рамках лабораторного практикума по общей физике позволяет студентам закрепить общность физического объяснения нормальной и аномальной дисперсии света, расширить свои представления о важности различных этапов экспериментальных исследований, таких, например, как выделение в имеющемся диапазоне длин волн области аномальной дисперсии, или получение частотной зависимости экспериментально неизменяемой величины (диэлектрической проницаемости).

В методическом плане данную работу можно использовать как компьютерную модель — методическую основу для создания аналогичной натурной лабораторной работы. Разработка компьютерных лабораторных работ подобного типа не только подготавливает физическую модель изучаемого явления, соответствующую курсу общей физики, но и предоставляет апробированную в учебном процессе методику ее лабораторного исследования, доступную студентам в учебной лаборатории. Использование такого педагогического опыта существенно упрощает процесс постановки новых натурных работ лабораторного практикума. Это способствует переходу модернизации лабораторного практикума на качественно новый научно-методический и технический уровень.

Данная работа входит в комплекс лабораторных работ по изучению моделей физических процессов и явлений на компьютере, который разрабатывается на кафедре теоретической и экспериментальной физики Томского политехнического университета с 2002 г. В настоящее время комплекс включает 25 лабораторных работ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бутиков Е. И. Оптика. — СПб.: Невский Диалект; БХВ-Петербург, 2003. — 480 с.
2. Уханов Ю. И. Оптические свойства полупроводников. — М.: Наука, 1997. — 368 с.

Национальный исследовательский
Томский политехнический
университет

Поступила в редакцию 29.12.11.