

УДК 53.681.3 (076.5)

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ АНОМАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИИ СВЕТА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ И ЕЕ РЕАЛИЗАЦИЯ НА КОМПЬЮТЕРЕ

Ревинская О.Г., Борисенко С.И., Кравченко Н.С.

ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет»,
Томск, e-mail: ogr@tpu.ru

Предложена методика лабораторного исследования аномальной дисперсии света в полупроводниках, которую в рамках курса общей физики можно объяснить вынужденными колебаниями ионов кристаллической решетки. Методика включает практическое получение и анализ немонотонной частотной зависимости показателя преломления и показателя поглощения алмазоподобного полупроводникового материала в инфракрасной области спектра. Показано, что на основе предложенной методики можно получить дисперсионную зависимость диэлектрической проницаемости вещества, а также определить частоту собственных колебаний и эффективный заряд ионов кристаллической решетки полупроводника. Использование данной методики в учебном процессе способствует расширению представлений студентов о методах объяснения и исследования взаимодействия света с веществом. Предложенная методика исследования реализована в виде компьютерной лабораторной работы по изучению моделей физических процессов и явлений.

Ключевые слова: физическая модель, нормальная и аномальная дисперсия, диэлектрическая проницаемость, показатель преломления, показатель поглощения, компьютерная лабораторная работа

TECHNIQUE OF EXPERIMENTAL STUDYING OF AN ANOMALOUS DISPERSION IN SEMICONDUCTORS IN THE GENERAL PHYSICS COURSE AND ITS REALIZATION ON THE COMPUTER

Revinskaya O.G., Borisenko S.I., Kravchenko N.S.

National research Tomsk polytechnic university, Tomsk, e-mail: ogr@tpu.ru

The laboratory research technique of anomalous dispersion of light in the semiconductors which in a framework a course of the general physics it is possible to explain the compelled fluctuations of crystal lattice ions is offered. The technique includes practical receiving and the analysis of nonmonotonic frequency dependence of an refraction indicator and an absorption indicator of a diamondlike semi-conductor material in infra-red area of a spectrum. It is shown that on the basis of the offered technique it is possible to receive dispersive dependence of dielectric permeability of substance, and also to define frequency of own fluctuations and a efficient charge of crystal lattice ions of the semiconductor. Use of this technique in educational process promotes expansion of representations of students about methods of an explanation and research of interaction of light with substance. The offered technique of research is realized in the form of computer laboratory work on studying of models of physical processes and the phenomena.

Keywords: physical model, normal and anomalous dispersion, dielectric permeability, refraction indicator, absorption indicator, computer laboratory work

Объяснение дисперсионных свойств различных материалов является одним из важных фундаментальных разделов курса общей физики, преподаваемого в вузах. Это объяснение базируется на классической теории Максвелла. Дисперсия, как зависимость показателя преломления от длины волны (частоты) падающего света, связана с неодинаковой диэлектрической проницаемостью вещества для света различной длины волны. Традиционно в лекционном курсе излагается общая теория, объясняющая как нормальную, так и аномальную дисперсию вынужденными колебаниями заряженных гармонических осцилляторов под действием электрического поля электромагнитной волны. Однако методическая общность такого теоретического описания нарушается в лабораторном практикуме, который предлагает студентам только работу по изучению нормальной дисперсии. Создание лабораторной работы по изучению аномальной дисперсии позволило бы не

только добиться методической целостности рассмотрения дисперсии в курсе общей физики, но и подчеркнуть особенности методики исследований, связанных с изучением аномальной дисперсии.

Поскольку аномальная дисперсия наблюдается вблизи полосы поглощения, для ее экспериментального изучения в курсе общей физики необходимо выбрать вещества, имеющие достаточно широкую и изолированную полосу поглощения. Многие полупроводники имеют такую полосу в инфракрасной области. Для обоснования методики экспериментального исследования рассмотрим одну из физических моделей, описывающую дисперсионные свойства диэлектрической проницаемости, а значит и показателя преломления, полупроводников в инфракрасной области – однофононный резонанс.

Физическая модель

В отличие от нормальной дисперсии, где основным механизмом изменения диэлек-

трической проницаемости вещества принято считать вынужденные колебания оптического электрона атома [2], одной из причин аномальной дисперсии в полупроводниках можно считать вынужденные колебания ионов кристаллической решетки [4].

Элементарная ячейка алмазоподобных полупроводников состоит из двух ионов массами m_A и m_B с зарядами $+q$ и $-q$, соответственно. Задача об относительных колебаниях ионов традиционным образом сводится к колебаниям материальной точки массой $m = m_A m_B / (m_A + m_B)$ (приведенная масса) и зарядом q относительно неподвижного центра инерции [1]. Благодаря строению кристаллической решетки, тепловые (собственные) относительные колебания ионов происходят с одной разрешенной частотой ω_T , соответствующей инфракрасному диапазону спектра (при нормальных условиях), и распространяются по кристаллу в виде поперечных волн – фононов.

В классическом приближении можно считать, что относительное смещение \vec{r} ионов, возникающее вследствие вынужденных колебаний под действием внешней гармонической силы (электрического поля \vec{E} электромагнитной волны), описывается уравнением движения:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_{\text{упр}} + \vec{F}_{\text{сопр}} + \vec{F}_{\text{вн}}$$

или

$$\ddot{\vec{r}} + b\dot{\vec{r}} + \omega_T^2 \vec{r} = \frac{q}{m} \vec{E}_0 e^{i\omega t}$$

где $\vec{F}_{\text{вн}} = q\vec{E} = q\vec{E}_0 e^{i\omega t}$ – вынуждающая гармоническая сила, действующая со стороны электрического поля \vec{E} на заряд q ; $\vec{F}_{\text{упр}} = -m\omega_T^2 \vec{r}$ – суммарная квазиупругая сила, удерживающая ионы в узлах решетки и заставляющая их совершать собственные колебания с частотой ω_T . Колебания ионов распространяются по кристаллу в виде упругих волн, что приводит к рассеянию

$$\varepsilon = 1 + \varkappa = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E} \Rightarrow \varepsilon = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{E} \Rightarrow \varepsilon = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{m} \frac{(\omega_T^2 - \omega^2 - i b \omega)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}.$$

Проанализировав полученную зависимость $\varepsilon(\omega)$, можно заметить, что вдали от частоты собственных колебаний ω_T ионов кристаллической решетки диэлектрическая проницаемость стремится к константам.

$$\varepsilon = \varepsilon_\infty + \omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{(\omega_T^2 - \omega^2 - i b \omega)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2} = \varepsilon_1 - i \varepsilon_2,$$

а дисперсионную зависимость вещественной ε_1 и мнимой ε_2 составляющих

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_\infty + \omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{(\omega_T^2 - \omega^2)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}; \quad \varepsilon_2 = \frac{\omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) b \omega}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}.$$

энергии, которое можно описать как работу силы «сопротивления» $\vec{F}_{\text{сопр}} = -m b \dot{\vec{r}}$, вызывающей затухание собственных колебаний ионов (b – коэффициент затухания).

Из теории дифференциальных уравнений известно, что решение полученного неоднородного уравнения представляет собой сумму общего решения однородного уравнения (уравнения затухающих колебаний) и частного решения неоднородного уравнения. Хорошо известно, что общее решение однородного уравнения (уравнения затухающих колебаний) $\ddot{\vec{r}} + b\dot{\vec{r}} + \omega_T^2 \vec{r} = 0$ не зависит от частоты вынуждающей силы (частоты света), поэтому не влияет на дисперсионные свойства вещества. Частное решение неоднородного уравнения ищут в виде, аналогичном виду вынуждающей силы, которое после подстановки в исходное дифференциальное уравнение, можно записать следующим образом

$$(\omega_T^2 - \omega^2 + i b \omega) \vec{r} = \frac{q}{m} \vec{E}_0 e^{i\omega t} = q \vec{E} / m$$

или

$$\vec{r} = \frac{q \vec{E}}{m} \frac{(\omega_T^2 - \omega^2 - i b \omega)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}.$$

Относительное смещение \vec{r} ионов создает дипольный момент $\vec{p} = q \vec{r}$ (поляризованность) элементарной ячейки кристаллической решетки. Поляризованность \vec{P} полупроводника в целом равна сумме дипольных моментов \vec{P} элементарных ячеек кристаллической решетки: $\vec{P} = N \vec{p}$, где N – концентрация элементарных ячеек кристаллической решетки в единице объема. Тогда, учитывая связь диэлектрической проницаемости ε полупроводника с дипольным моментом элементарной ячейки кристаллической решетки, получим зависимость диэлектрической проницаемости от частоты света:

Если диэлектрическую проницаемость при $\omega \rightarrow \infty$ обозначить через ε_∞ , а при $\omega \rightarrow 0$ через ε_s , то можно представить дисперсионную (частотную) зависимость диэлектрической проницаемости в виде:

диэлектрической проницаемости соответственно:

С другой стороны, диэлектрическая проницаемость связана с показателем преломления n и показателем поглощения k вещества:

$$\varepsilon = (n - ik)^2 = (n^2 - k^2) - i \cdot 2nk.$$

Из сравнения двух комплексных представлений диэлектрической проницаемости ε ($\varepsilon_1 - i \varepsilon_2 = n^2 - k^2 - i \cdot 2nk$) легко получить связь n и k с вещественной ε_1 и мнимой ε_2 составляющими диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon_1 = n^2 - k^2, \varepsilon_2 = 2nk.$$

Эта связь, с одной стороны, раскрывает характер зависимости показателя преломления и показателя поглощения от частоты падающего света $n(\omega)$, $k(\omega)$, а с другой, создает основу для экспериментальных исследований дисперсионных свойств полупроводников, так как n и k могут быть измерены экспериментально.

Методика изучения дисперсионных свойств полупроводника

Для определения параметров, входящих в аналитические выражения для $\varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_2(\omega)$, исследуем их на экстремум. Приравняв производную $d\varepsilon_1/d\omega$ к нулю, получим, что функция $\varepsilon_1(\omega)$ имеет максимум и минимум соответственно при частотах

$$\omega_{\max} = \sqrt{\omega_T^2 - b\omega_T}$$

и

$$\omega_{\min} = \sqrt{\omega_T^2 + b\omega_T}.$$

Аналогично можно показать, что мнимая составляющая ε_2 диэлектрической проницаемости имеет максимум при частоте

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{6} \left(2\omega_T^2 - b^2 + \sqrt{16\omega_T^4 - 4\omega_T^2 b^2 + b^4} \right)}.$$

Максимум наблюдается при частоте близкой, но отличной от частоты собственной колебаний ω_T ионов. Это отличие тем больше, чем больше коэффициент затухания b (при $b \rightarrow 0$ $\omega_2 \rightarrow \omega_T$). Функции $\varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_2(\omega)$ немонотонны, значит связанные с ними функции $n(\omega)$ и $k(\omega)$ тоже немонотонны, и существует область вблизи частоты собственных колебаний ω_T ионов, где $dn/d\omega < 0$ – область аномальной дисперсии.

Вдали от частоты собственных колебаний ионов ($|\omega_T^2 - \omega^2| \gg b\omega$) мнимая составляющая ε_2 диэлектрической проницаемости, а значит и показатель поглощения k , обращается в ноль. Поэтому для получения параметров ε_∞ , ε_s , ω_T и b , определяющих зависимость диэлектрической проницаемости от длины волны (частоты) падающего

света, необходимо экспериментально измерить показатель преломления света n_s при $\omega \ll \omega_T$, n_∞ при $\omega \gg \omega_T$ и определить, при каких частотах ω_{\max} и ω_{\min} наблюдаются максимальное и минимальное значения вещественной составляющей ε_1 диэлектрической проницаемости. Тогда получим:

$$\varepsilon_\infty = n_\infty^2; \varepsilon_s = n_s^2;$$

$$\omega_T^2 = \frac{\omega_{\max}^2 + \omega_{\min}^2}{2}; b = \frac{\omega_{\min}^2 - \omega_{\max}^2}{2\omega_T}.$$

Так как связь между парами величин n , k и ε_1 , ε_2 нелинейная, максимумы и минимумы зависимостей $n(\omega)$ и $k(\omega)$ смещены относительно максимумов и минимумов зависимостей $\varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_2(\omega)$, и не совпадают ни с ω_T , ни с ω_2 , ω_{\max} и ω_{\min} . Поэтому нельзя получить ω_T и b непосредственно из $n(\omega)$, $k(\omega)$, и приходится выполнять восстановление зависимостей $\varepsilon_1(\omega)$, $\varepsilon_2(\omega)$ как промежуточный этап исследования.

Используя параметры (ε_∞ , ε_s , ω_T) дисперсионной кривой, полученные по экспериментальным данным, можно рассчитать заряд q ионов кристаллической решетки полупроводника. Поскольку

$$\frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{m} = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \omega_T^2,$$

тогда

$$q = \omega_T \sqrt{\varepsilon_0 m \Omega (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)},$$

где $\Omega = 1/N = a^3/4$ – объем элементарной ячейки, a – период кристаллической решетки.

Экспериментальное измерение показателя преломления и показателя поглощения

Для экспериментального определения показателя преломления и показателя поглощения рассмотрим прямоугольную призму, сечением которой является полукруг (полуцилиндр), изготовленную из изучаемого полупроводникового материала (рис. 1). Тогда показатель преломления n можно определить из закона преломления света $n = \sin \alpha / \sin \gamma$, а показатель поглощения – из закона Бугера-Ламберта-Бера

$$I = I_0 e^{-x/\lambda},$$

где коэффициент поглощения x_λ связан с показателем поглощения k следующим соотношением: $x_\lambda = 4\pi k/\lambda$.

Так как показатель поглощения существенно меняется при удалении от частоты поглощения, близкой к частоте собственных колебаний ионов кристаллической решетки, то относительная интенсивность

I_0/I света, прошедшего через призму (см. рис. 1), может меняться на несколько порядков. Поэтому для практических измерений более удобной является не относительная интенсивность I_0/I , а оптическая плотность D_λ – безразмерная физическая величина, характеризующая степень непрозрачности слоя вещества толщиной R для световых лучей, численно равная десятичному логарифму относительной интенсивности света, прошедшего через поглощающую среду толщиной R :

$$D_\lambda = \lg \frac{I_0}{I} = \frac{x_\lambda R}{\ln 10}.$$

Тогда измерив оптическую плотность D_λ призмы при прохождении через нее света фиксированной длины волны λ , можно определить показатель поглощения:

$$k = \frac{\lambda D_\lambda \cdot \ln 10}{4\pi R}.$$

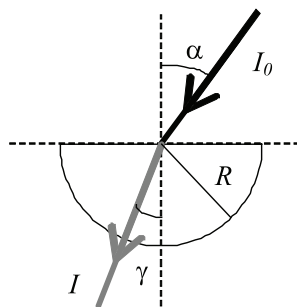


Рис. 1. Прохождение луча монохроматического света через призму

Таким образом, изложенный выше материал показывает, что для алмазоподобных полупроводников можно предложить достаточно простую, адекватную курсу общей физики физическую модель и методику экспериментального исследования аномальной дисперсии. Ее реализация в лабораторном практикуме позволит транслировать общность теоретического освещения данного вопроса на лабораторные исследования.

Компьютерная модель экспериментальной установки и результаты исследования

На основании изложенной физической модели и методики исследования авторами разработана компьютерная лабораторная работа «Аномальная дисперсия света в полупроводниках» (рис. 2).

Как показано выше, для определения параметров дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости необходимо выполнить измерения, как в области аномальной дисперсии, так и вдали от нее.

Поэтому в работе используется источник инфракрасного монохроматического света, длину волны которого можно изменять в пределах 5–245 мкм. Вначале исследования необходимо определить, в каком диапазоне длин волн для изучаемого полупроводника наблюдается аномальная дисперсия. Для этого, установив неподвижно источник света так, чтобы луч падал под углом к плоской грани призмы, плавно увеличивают длину волны. В области нормальной дисперсии ($dn/d\lambda < 0$) угол преломления медленно увеличивается с увеличением длины волны падающего света. В области аномальной дисперсии ($dn/d\lambda > 0$), наоборот, – резко уменьшается. Таким образом, наблюдая за преломлением луча, можно определить, при какой длине волны угол преломления имеет минимальное и максимальное значения. Эти значения длин волн соответствуют диапазону, где наблюдается аномальная дисперсия для данного полупроводникового материала.

За счет нелинейного характера взаимосвязи диэлектрической проницаемости с показателем поглощения и показателем преломления максимум и минимум вещественной составляющей диэлектрической проницаемости ϵ_1 смещены относительно максимума и минимума показателя преломления n в сторону больших длин волн (рис. 3). Поэтому для корректного определения положения экстремумов зависимости вещественной составляющей диэлектрической проницаемости от длины волны необходимо выполнить ряд измерений величин n и k в области несколько более широкой, чем область аномальной дисперсии. Рассчитав по полученным для каждой длины волны данным значения вещественной и мнимой составляющих диэлектрической проницаемости, можно определить, при каких длинах волн (частотах ω_{\max} , ω_{\min} , ω_2) эти функции имеют максимум и минимум, на основании чего – рассчитать частоту ω_T собственных колебаний ионов и коэффициент затухания b этих колебаний в полупроводнике.

Для вычисления заряда ионов кроме ω_T необходимо знать показатель преломления n_s и n_∞ для длин волн, максимально удаленных от области аномальной дисперсии (для $\omega \ll \omega_T$ и $\omega \gg \omega_T$). Поэтому описанные выше измерения и расчеты дополняют измерения показателя преломления и показателя поглощения для длин волн, равных 5 и 245 мкм. Рассчитанные на основании предложенной методики значения заряда ионов кристаллической решетки алмазоподобных полупроводников отличаются от значений, приведенных в научных публикациях [4], не более чем на 3–5 %.

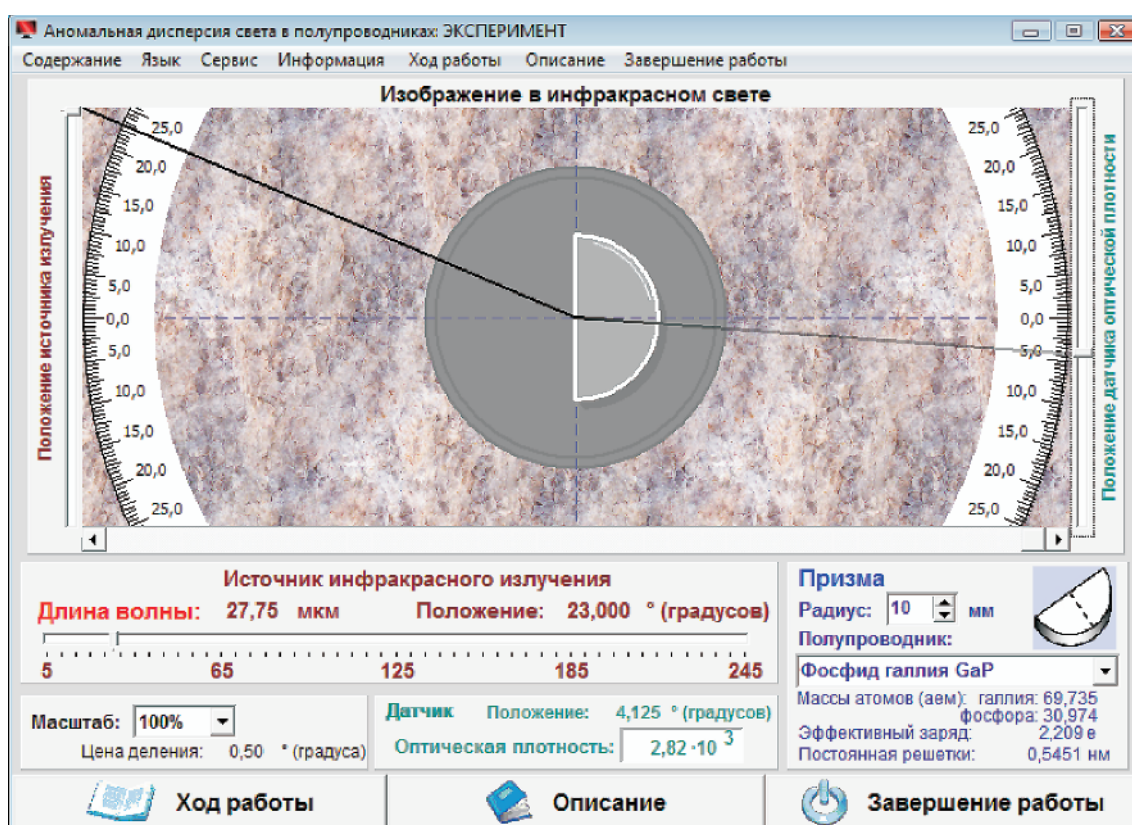


Рис. 2. Компьютерная лабораторная работа «Аномальная дисперсия света в полупроводниках»

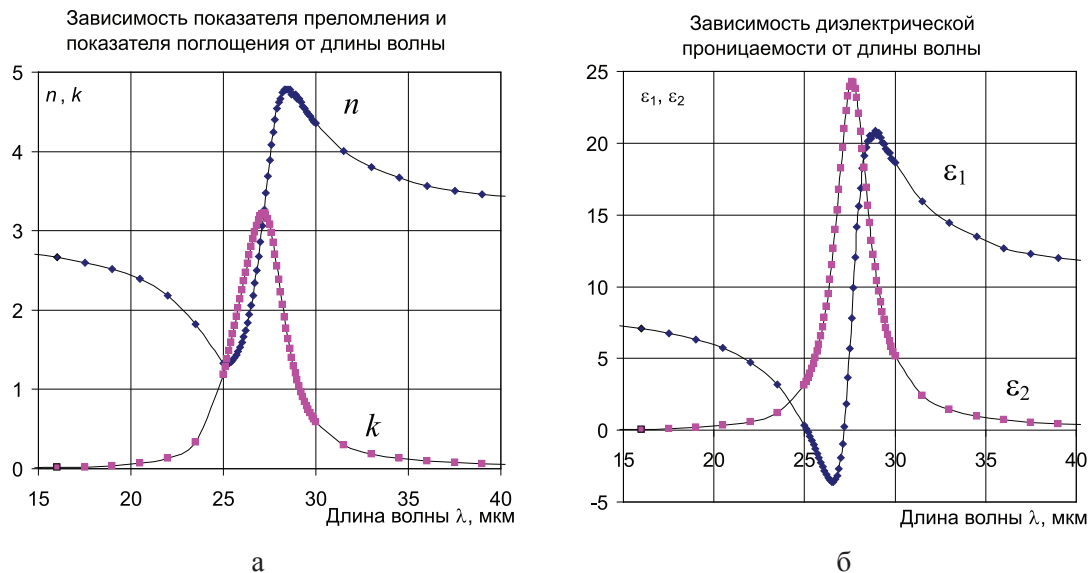


Рис. 3. Экспериментальные дисперсионные зависимости

Компьютерная лабораторная работа «Аномальная дисперсия света в полупроводниках» позволяет выполнять исследование для следующих полупроводниковых материалов, обладающих различными дисперсионными свойствами: GaP, AlAs, InP, GaAs, GaSb, InAs, InSb. На рис. 3 приведены полученные при выполнении данной работы зависимости показателя преломления

и показателя поглощения (рис. 3,а), а также вещественной и мнимой составляющих диэлектрической проницаемости (рис. 3,б) от длины волны падающего света для арсенида алюминия AlAs. По экспериментальным точкам, приведенным на рис. 3, видно, что для экстремумов вещественной и мнимой составляющих диэлектрической проницаемости наблюдается длинноволновое

смещение по сравнению с экстремумами показателя преломления и показателя поглощения. Это общее свойство всех изучаемых в работе полупроводников.

Заключение

Теория, на которой базируется данная работа, иллюстрирует влияние взаимодействия электрического поля электромагнитной волны с ионами кристаллической решетки на дисперсионные свойства вещества, не рассматриваемое в курсе общей физики. Выполнение данной работы в рамках лабораторного практикума по общей физике позволяет студентам закрепить теоретическую общность классического объяснения нормальной и аномальной дисперсии света, расширить свои представления о важности различных этапов экспериментальных исследований, таких, например, как выделение в имеющемся диапазоне длин волн области аномальной дисперсии, или получение частотной зависимости непосредственно экспериментально неизмеряемой величины (диэлектрической проницаемости).

В методическом плане данную работу можно использовать как компьютерную модель – методическую основу для создания аналогичной натурной лабораторной работы. Разработка компьютерных лабораторных работ подобного типа позволяет не только выбрать физическую модель изучаемого явления, соответствующую курсу общей физики, но и апробировать в учебном процессе методику ее лабораторного исследования, доступную студентам в учебной лаборатории. Использование такого педагогического опыта существенно упрощает процесс постановки новых натурных работ лабораторного практикума. Это способствует переходу модернизации лабораторного практикума на качественно новый научно-методический и технический уровень [3].

Данная работа входит в комплекс лабораторных работ по изучению моделей физических процессов и явлений на компьютере [5], который разрабатывается на кафедре те-

оретической и экспериментальной физики Томского политехнического университета с 2002 г. В настоящее время комплекс включает 26 лабораторных работ.

Список литературы

1. Ансельм А.И. Введение в теорию полупроводников. – М.: Наука, 1978. – 616 с.
2. Бутиков Е.И. Оптика. – СПб.: Невский Диалект; БХВ-Петербург, 2003. – 480 с.
3. Ревинская О.Г., Кравченко Н.С. Новые физические опыты как основа развития лабораторного практикума в вузе // Современный физический практикум: материалы XI Международной учебно-методической конференции (Минск, 12-14 октября 2010 г.). – Минск: «Издательский центр БГУ», 2010. – С. 102–104.
4. Уханов Ю.И. Оптические свойства полупроводников. – М.: Наука, 1997. – 368 с.
5. Revinskaya O.G., Kravchenko N.S. Studying of theoretical models of the physical phenomena and processes on the computer in a laboratory practical work // Journal of International Scientific Publication: Educational Alternatives. – 2010. – V. 8, Part 2. – P. 51–59.

References

1. Ansel'm A.I. *Vvedenie v teoriyu poluprovodnikov* [Introduction in the theory of semiconductors]. Moscow: Science, 1978. 616 p.
2. Butikov E.I. *Optika* [Optics]. St. Petersburg: Nevsky Dialect; BHV-Petersburg, 2003. 480 p.
3. Revinskaya O.G., Kravchenko N.S. Materialy XI Mezhnunarodnoj uchebno-metodicheskoy konferencii «Sovremennyj fizicheskij praktikum» (Materials XI of the International educational and methodical conference «Modern physical practical work»). Minsk, 2010, pp. 102–104.
4. Uhanov Ju.I. *Opticheskie svoystva poluprovodnikov* [Optical properties of semiconductors]. Moscow: Science, 1997. 368 p.
5. Revinskaya O.G., Kravchenko N.S. *Journal of International Scientific Publication: Educational Alternatives*, 2010, V. 8, Part 2, pp. 51–59.

Рецензенты:

Кистенев Ю.В., д.ф.-м.н., профессор кафедры теоретической и экспериментальной физики Томского государственного университета (ТГУ), г. Томск;

Кунашенко Ю.П., д.ф.-м.н., профессор кафедры теоретической физики Томского государственного педагогического университета (ТГПУ), г. Томск.

Работа поступила в редакцию 30.04.2012.