

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

С.И. Борисенко, О.Г. Ревинская, Н.С. Кравченко, А.В. Чернов

ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ СВЕТА И МЕТОДЫ ЕГО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ

*Рекомендовано в качестве учебно-методического пособия
Редакционно-издательским советом
Томского политехнического университета*

Издательство
Томского политехнического университета
2014

УДК 535.32(075.8)

ББК 22.343я73

Б82

Борисенко С.И.

Б82 Показатель преломления света и методы его экспериментального определения: учебно-методическое пособие / С.И. Борисенко, О.Г. Ревинская, Н.С. Кравченко, А.В. Чернов; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014. – 136 с.

Пособие содержит теоретический материал по анализу взаимодействия света с веществом и методические указания к лабораторным работам, выполняемым студентами на кафедре ТиЭФ ТПУ в лаборатории «Оптика». Работы касаются измерения показателя преломления света, оптических и электрических коэффициентов различных веществ. Из них четыре являются работами приборного типа, две относятся к работам компьютерного моделирования.

Предназначено для студентов физических специальностей вузов, изучающих раздел «Оптика» курса «Общая физика».

УДК 535.32(075.8)

ББК 22.343я73

Рецензенты

Доктор физико-математических наук, профессор ТГУ

В.П. Гермогенов

Доктор физико-математических наук, профессор ТГПУ

Ю.П. Кунашенко

© ФГАОУ ВО НИ ТПУ, 2014

© Борисенко С.И., Ревинская О.Г.,
Кравченко Н.С., Чернов А.В., 2014

© Оформление. Издательство Томского
политехнического университета, 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
1. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА	8
1.1. Законы геометрической оптики	8
1.2. Принцип Ферма	10
Контрольные вопросы	11
2. ВОЛНОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА	12
Волновое уравнение	13
2.2. Электромагнитные волны	14
Контрольные вопросы	19
3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ	20
3.1. Поляризация света при отражении	20
Контрольные вопросы	22
3.2. Оптические коэффициенты вещества	22
Контрольные вопросы:	25
3.3. Классическая теория дисперсии	25
Контрольные вопросы:	35
4. МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ	36
4.1. Методы геометрической оптики	36
4.2. Методы на основе волновых свойств	36
ИЗМЕРЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ СТЕКЛА С ПОМОЩЬЮ МИКРОСКОПА (лабораторная работа № О-02)	38
Введение	38
Теория	38
Порядок выполнения работы	41
Первый способ определения показателя преломления стекла	41
Второй способ определения показателя преломления стекла	42
Третий способ определения показателя преломления стекла	42
Обработка результатов измерений	43
Контрольные вопросы	45
ИЗМЕРЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ С ПОМОЩЬЮ РЕФРАКТОМЕТРА (лабораторная работа № О-03)	46
Введение	46
Теория	47
Схема эксперимента	51

Порядок выполнения работы	53
1. Измерение показателей преломления жидкостей	53
2. Измерение инкремента показателя преломления раствора сахара	53
Обработка результатов измерений	53
Контрольные вопросы	55
ИЗМЕРЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ	
СТЕКЛЯННОЙ ПРИЗМЫ ОТ ДЛИНЫ ВОЛНЫ СВЕТА	
(лабораторная работа № О-04)	56
Введение	56
Классическая теория дисперсии света в диэлектрике	56
Измерение показателя преломления призмы	59
Измерения угла A	59
Описание экспериментальной установки	60
Юстировка	62
1. Юстировка окулярной трубки	62
2. Юстировка коллиматорной трубки	62
3. Установка и регулировка положения призмы	62
Определение угла преломления призмы	63
Определение угла наименьшего отклонения	64
Порядок выполнения работы	65
Контрольные вопросы	66
ИЗУЧЕНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА	
(лабораторная работа № О-26)	67
Введение	67
Теория	69
Экспериментальная установка	72
Порядок выполнения работы	73
Опыт 1. Проверка закона Малюса	73
Опыт 2. Изучение поляризации света при отражении	74
Контрольные вопросы	75
НОРМАЛЬНАЯ ДИСПЕРСИЯ СВЕТА	
(лабораторная работа № МодО-01)	76
Введение	76
Классическая электронная теория дисперсии света	77
Дисперсия света в оптическом диапазоне	82
Свойства оптических стекол	84
Рабочие формулы	85
Определение коэффициента преломления	
по ходу лучей в треугольной призме	85
Зависимость угла отклонения света φ	
от преломляющего угла призмы δ	87

Зависимость угла φ отклонения света от разности между углами наклона падающего и вышедшего лучей	88
Выбор оптимальных условий эксперимента	90
Определение параметров зависимости показателя преломления от длины волны света методом наименьших квадратов	91
Модель экспериментальной установки	92
Варианты выполнения работы	92
Порядок выполнения работы	93
Краткое описание хода работы	93
УПРАЖНЕНИЕ 1. Зависимость угла отклонения луча света от преломляющего угла призмы	93
УПРАЖНЕНИЕ 2. Зависимость угла отклонения луча света от разности между углами наклона падающего и вышедшего лучей ...	93
УПРАЖНЕНИЕ 3. Зависимость показателя преломления света от длины волны	94
Детальное описание хода работы	95
УПРАЖНЕНИЕ 1. Зависимость угла отклонения луча света от преломляющего угла призмы	95
УПРАЖНЕНИЕ 2. Зависимость угла отклонения луча света от разности между углами наклона падающего и вышедшего лучей	99
УПРАЖНЕНИЕ 3. Зависимость показателя преломления света от длины волны	100
Контрольные вопросы	104
АНОМАЛЬНАЯ ДИСПЕРСИЯ СВЕТА	
В ПОЛУПРОВОДНИКАХ (лабораторная работа № МодО-02)	105
Введение	105
Классическая теория дисперсии	106
Анализ дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости, показателя преломления и показателя поглощения	114
Рабочие формулы	117
Определение параметров дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости	117
Расчет эффективного заряда ионов	119
Экспериментальное определение показателя преломления	120
Экспериментальное определение показателя поглощения	121
Модель экспериментальной установки	122
Порядок выполнения работы	123
Краткое описание хода работы	123
Детальное описание хода работы	125
Контрольные вопросы	134
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	135

ВВЕДЕНИЕ

Оптика (от др.-греч. *optike* – *появление или взгляд* – наука о зрительных восприятиях) является разделом физики, в котором изучаются процессы излучения света, его распространения в различных средах и взаимодействия с веществом. Согласно классической физике свет представляет собой электромагнитные волны – процесс распространения колебаний электрического и магнитного полей. При распространении этих волн в вакууме и веществе проявляются различные свойства света, которые можно разделить на две группы – геометрические и физические.

Геометрические свойства определяют законы распространения света, в которых длиной волны по сравнению с областью распространения можно пренебречь. Раздел физики, который изучает эти законы, называется **геометрической оптикой**.

К физическим свойствам света относятся **интерференция, дифракция, поляризация и дисперсия** – свойства, определяемые волновой природой света и конечной скоростью его распространения. И геометрические, и физические свойства существенным образом зависят от оптических свойств среды распространения света. Основными характеристиками оптических свойств среды являются **показатель преломления, показатель поглощения и коэффициент поглощения света**, которые в дальнейшем будем называть оптическими коэффициентами.

И геометрические и физические свойства света широко используются для создания различного рода оптических приборов и устройств, в основе работы которых лежат оптические свойства различных веществ. Таким образом, измерение и изучение оптических коэффициентов является важнейшей задачей физики, изучающей оптические свойства вещества.

С учетом указанных свойств света методы изучения и измерения этих коэффициентов можно разделить на методы геометрической и физической оптики. В основе методов геометрической оптики лежат законы геометрической оптики распространения света в веществе. Методы физической оптики основаны на теории взаимодействия света с веществом и используют такие физические свойства света, как дисперсия и поляризация.

В данном учебно-методическом пособии на примере ряда лабораторных работ, выполняемых студентами на кафедре ТиЭФ ТПУ в лаборатории «Оптика», рассмотрены некоторые геометрические и физические методы измерения коэффициента преломления света и других оптических и электрических коэффициентов в диэлектриках и полупро-

водниках, методы анализа оптических коэффициентов. Первые четыре работы носят приборный характер, связанный с натурным экспериментом. В основе двух последних работ лежит исследование физических моделей взаимодействия света с диэлектриками и полупроводниками при помощи компьютера. Учебно-методическое пособие содержит краткую теорию взаимодействия света с веществом и основы классической теории дисперсии оптических коэффициентов.

1. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

Геометрическая оптика – раздел физики, в котором изучают законы распространения света в различных средах, пренебрегая конечностью длин волн. Одним из важнейших понятий геометрической оптики является **луч** – линия, вдоль которой распространяется световая энергия¹. Совокупность лучей образуют **световой пучок**.

1.1. Законы геометрической оптики

В основе геометрической оптики лежат четыре закона:

Закон прямолинейного распространения света – в оптически однородной среде лучи света распространяются прямолинейно. Прямолинейностью распространения света объясняется образование тени, т. е. области, куда не поступает световая энергия. Закон приближенный – выполняется для препятствий, размеры которых много больше длины волны света.

Закон независимости световых пучков – пучки света при пересечении не влияют друг на друга. В результате этого освещенность поверхности, на которую падает пучок лучей, равна сумме освещенностей, создаваемых каждым пучком в отдельности. Закон приближенный – выполняется для пучков **малой интенсивности**².

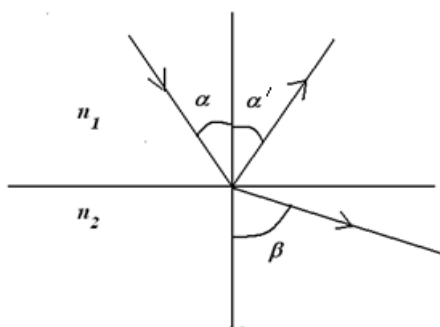


Рис. 1.1. Отражение и преломление света на границе двух сред

Закон отражения света – 1) луч, отраженный от границы двух сред, лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью, восстановленной

¹ **луч** – линия, в каждой точке которой касательная совпадает с вектором Умова–Пойнтинга.

² **интенсивность света** – усредненное по периоду колебаний значение плотности потока энергии света (модуля вектора Умова–Пойнтинга).

в точке падения луча; 2) угол отражения α' равен углу падения α (рис. 1.1). Закон будет выполняться и в том случае, если свет будет распространяться в обратном направлении. Обратимость хода световых лучей является их важным свойством.

Закон преломления света – 1) преломленный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью, восстановленной в точке падения луча; 2) отношение синуса угла падения α к синусу угла преломления β есть величина постоянная³ (рис. 1.1). Эта постоянная величина n_{21} называется *относительным показателем преломления второй среды (среды преломленного луча) по отношению к первой (среде падающего луча)*:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (1.1)$$

где n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления первой и второй среды. **Абсолютным показателем преломления** называется физическая величина, которая показывает, во сколько раз скорость света в вакууме больше **фазовой скорости света в веществе**:

$$n = \frac{c}{v}, \quad (1.2)$$

где v – фазовая скорость света в веществе – скорость распространения фазы волны. Среду с меньшим абсолютным показателем преломления принято называть **оптически менее плотной средой**. Абсолютный показатель преломления среды зависит от физического состояния среды, в которой распространяется свет, т. е. от температуры, плотности вещества, наличия в нем упругих напряжений. Показатель преломления зависит также и от характеристик самого света, т. е. от частоты света или длины волны. Для красного света он меньше, чем для зеленого, а для зеленого меньше, чем для фиолетового. Это свойство показателя преломления называется **дисперсией**⁴.



Виллеброрд Снеллиус
(1580–1626) – голландский математик, физик, астроном

³ Закон Снеллиуса – открыт голландским математиком XVII века **Виллебрордом Снеллиусом** в 1621 г.

⁴ **Ян Маркус Марци** (1595–1667) – чешский ученый. В 1648 открыл **дисперсию** света и впервые высказал идею о волновой природе света.

1.2. Принцип Ферма

Прямолинейное распространение света имеет место в оптически однородных системах. В противном случае лучи света являются криволинейными. Их вид в геометрической оптике определяется **принципом Ферма**⁵. Согласно этому принципу свет распространяется по пути, на прохождение которого ему надо затратить **экстремальное**⁶ время. Пусть t -время, за которое луч проходит из точки A в точку B по пути Γ (рис. 1.2).

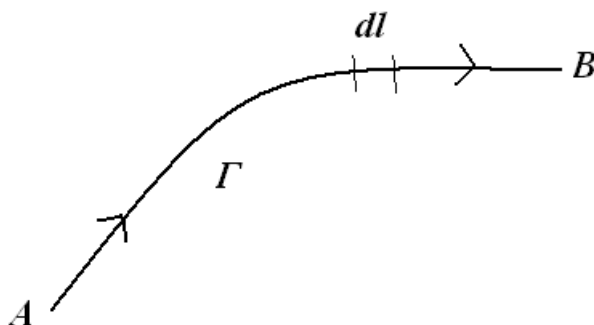


Рис. 1.2. Траектория движения луча из точки A в B



Пьер де Ферма (1601–1665) – великий французский математик, один из создателей аналитической геометрии, математического анализа, теории вероятностей и теории чисел.

Это время можно рассчитать по формуле

$$t = \int_{\Gamma} \frac{dl}{v} = \int_{\Gamma} \frac{n dl}{c} = \frac{L}{c}, \quad (1.3)$$

где L – **оптическая длина пути**⁷ света из точки A в точку B при движении по траектории Γ . В оптически однородной среде ($n = \text{const}$) оптическая длина пути равняется длине траектории Γ , умноженной на абсолютный показатель преломления среды:

$$L = n \cdot l. \quad (1.4)$$

Из формулы (1.3) следует, что согласно принципу Ферма луч света движется по такому пути, оптическая длина которого минимальна.

⁵ **Пьер де Ферма** – французский математик, сформулировал принцип для распространения световых лучей в 1662 году в качестве самого общего закона геометрической оптики.

⁶ Т.е. или минимальное, или максимальное, или стационарное – одинаковое для всех путей

⁷ Оптической длиной пути света между точками A и B называется расстояние, которое прошел бы свет в вакууме за время его прохождения между этими точками в среде.

Если свет из точки А в точку В может двигаться разными путями, оптические длины которых одинаковы, такие пути называются **стационарными** или **таутохромными**.

Контрольные вопросы

1. Что изучает геометрическая оптика?
2. Какое основное приближение использует геометрическая оптика?
3. Чем геометрическая оптика отличается от физической?
4. Какое явление доказывает прямолинейное распространение света в оптически однородной среде?
5. При каком условии выполняется закон о невзаимодействии пучков света?
6. В каком году и кем был сформулирован закон преломления света?
7. Какой физический смысл имеет абсолютный показатель преломления?
8. Чему равняется относительный показатель преломления?
9. Что называется оптической длиной пути света? Чему она равняется для оптически однородной и неоднородной сред?
10. Какие оптические пути света называются стационарными (таутохромными)? Приведите примеры таких путей.

2. ВОЛНОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА

Волновая оптика – раздел оптики, который описывает распространение света с учётом его волновой природы. Явления волновой оптики – интерференция, дифракция, поляризация и т. п. основоположниками волновой теории света и волновой оптики являются Гюйгенс⁸ и Френель⁹. Согласно классической электродинамике свет представляет собой электромагнитные волны, существование которых теоретически предсказал Максвелл¹⁰, исходя из решения своих знаменитых уравнений. Экспериментально теорию Максвелла об электромагнитной природе света подтвердил Герц¹¹, доказав в 1887 г. существование электромагнитных волн.



Огюстен Жан Френель
(1788–1827), французский физик,
один из создателей волновой
теории света.



Христиан Гюйгенс ван Зейлихем
(1629–1695) – нидерландский
механик, физик, математик,
астроном и изобретатель.

⁸ **Гюйгенс Христиан** (1629–1695) – нидерландский учёный, один из создателей волновой теории света (1678–1690).

⁹ **Огюстен Жан Френель** (1788–1827) – французский физик, один из создателей волновой теории света.

¹⁰ **Джеймс Клерк Максвелл** (1831–1879) – британский физик, математик, механик – основатель современной классической электродинамики.

¹¹ **Генрих Рудольф Герц** (1857–1894) – немецкий физик, работы которого легли в основу радиофизики.

Волновое уравнение

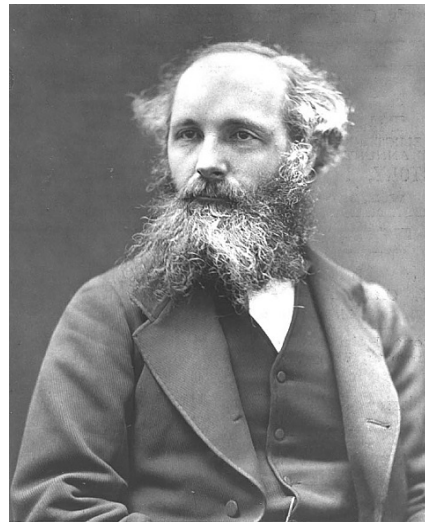
Волны произвольной природы представляют собой **распространение колебаний** или частиц вещества в среде (упругие или механические волны), или электромагнитных колебаний (вектора напряженности электрического и магнитного полей) в среде или вакууме. В общем случае **уравнение волны** представляет собой **уравнение колебаний** для каждой точки области, в которой имеется волна. От обычного уравнения синусоидальных колебаний уравнение синусоидальных волн отличается зависимостью фазы колебаний от радиус-вектора рассматриваемой точки. Для простого случая бегущих синусоидальных плоских электромагнитных волн уравнение волны имеет следующий вид:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r}), \quad (2.1)$$

где $\vec{E}(\vec{r}, t)$ – вектор напряженности электрического поля в точке с радиус-вектором \vec{r} в момент времени t ; \vec{E}_0 – вектор амплитуды; ω – циклическая частота; \vec{k} – **волновой вектор**, направление которого совпадает с направлением **вектора фазовой скорости волны** \vec{v} в рассматриваемой точке, а модуль зависит от длины волны. Если вектор амплитуды \vec{E}_0 параллелен или перпендикулярен волновому вектору – волна называется продольной или поперечной.



Генрих Рудольф Герц
(1857–1894) – немецкий физик,
один из основоположников
электродинамики. Экспериментально
доказал (1886–89) существование
электромагнитных волн.
Открыл внешний фотоэффект (1887).



Джемс Клерк Максвелл
(1831–1879) – великий британский
физик, математик и механик.
Шотландец по происхождению.
Заложил основы современной
классической электродинамики.

Фазовой скоростью волны называется скорость, с которой движется волновой фронт, т. е. точки поверхности, соответствующие любому фиксированному значению фазы волны (аргументу косинуса). Чтобы найти модуль фазовой скорости, достаточно продифференцировать фазу волны по времени и результат приравнять к нулю. С учетом сказанного для модуля фазовой скорости получаем

$$v = \frac{\omega}{k}. \quad (2.2)$$

Так как по определению длина волны λ равна произведению фазовой скорости на период колебаний, модуль волнового вектора согласно формуле (2.2) равняется:

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (2.3)$$

Уравнение волны в общем случае является решением **волнового уравнения**, которое можно получить с помощью (2.1). Для простоты вывода этого уравнения будем полагать, что волна распространяется вдоль оси x (волновой вектор направлен вдоль оси x) и рассчитаем вторые производные по времени и координате x от правой части (2.1):

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \vec{E}, \quad \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = -k^2 \vec{E}.$$

С учетом этих выражений и формулы (2.2) получаем так называемое «каноническое» волновое уравнение, представляющее собой дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Для волны, распространяющейся в произвольном направлении, это уравнение запишется в виде:

$$\Delta \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (2.4)$$

где Δ – дифференциальный оператор Лапласа.

2.2. Электромагнитные волны

Существование электромагнитных волн вытекает из уравнений Максвелла. Система этих уравнений для электромагнитного поля в однородной проводящей среде ($\varepsilon = \text{const}$; $\mu = \text{const}$; $\sigma = \text{const}$) в приближении ее электронейтральности ($\rho = 0$) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
1) \operatorname{rot}(\vec{E}) &= [\nabla \vec{E}] = -\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, & 2) \operatorname{rot}(\vec{H}) &= [\nabla \vec{H}] = \vec{j} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \\
3) \operatorname{div}(\vec{E}) &= (\nabla \vec{E}) = 0, & 4) \operatorname{div}(\vec{H}) &= (\nabla \vec{H}) = 0,
\end{aligned} \tag{2.5}$$

где $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$ – дифференциальный оператор градиента;

\vec{E} и \vec{H} – вектора напряженности электрического и магнитного полей; μ и ε – магнитная и диэлектрическая проницаемости диэлектрика; μ_0 и ε_0 – магнитная и электрическая постоянные; ρ – плотность свободных и связанных зарядов в рассматриваемой точке; j – плотность тока свободных носителей заряда.

Применим операцию ротора к левой и правой частям первого уравнения и используем известную формулу для двойного векторного произведения:

$$[\nabla [\nabla \vec{E}]] = \nabla(\nabla \vec{E}) - (\nabla \nabla) \vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial [\nabla \vec{H}]}{\partial t}.$$

Это уравнение с учетом второго и третьего уравнений системы (2.5) принимает следующий вид:

$$\Delta \vec{E} = \mu\mu_0 \left(\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \right). \tag{2.5'}$$

Для однородных диэлектриков ($j=0$) полученное уравнение превращается в каноническое волновое уравнение (2.4) для незатухающей электромагнитной волны, фазовая скорость которой

$$\boxed{v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{n}}, \tag{2.6}$$

где $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ – скорость электромагнитных волн (света) в вакууме, $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ – абсолютный показатель преломления света в диэлектрике.

Найдем связь между векторами \vec{E} и \vec{H} электромагнитной волны. Для удобства уравнение волны (2.1) для этих векторов будем рассматривать как реальную часть комплексных функций:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}, \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 e^{i(\vec{k}'\vec{r} - \omega' t)}. \tag{2.7}$$

Подставляя эти функции в первое и третье уравнения Максвелла и сокращая левые и правые части этих уравнений на мнимую единицу, получаем:

$$[\vec{k} \vec{E}] = \mu\mu_0 \omega \vec{H} = \omega \vec{B}, \quad (\vec{k} \vec{E}) = 0, \quad (2.8)$$

где B – индукция магнитного поля. Из сравнения левой и правой частей уравнений (2.8) следует:

$$\omega = \omega', \quad \vec{k} = \vec{k}',$$

т. е. и электрическая и магнитная составляющие электромагнитной волны являются синфазными и имеют одно и то же направление. Вектора \vec{k} , \vec{E} и \vec{H} взаимно ортогональны и образуют правую тройку векторов.

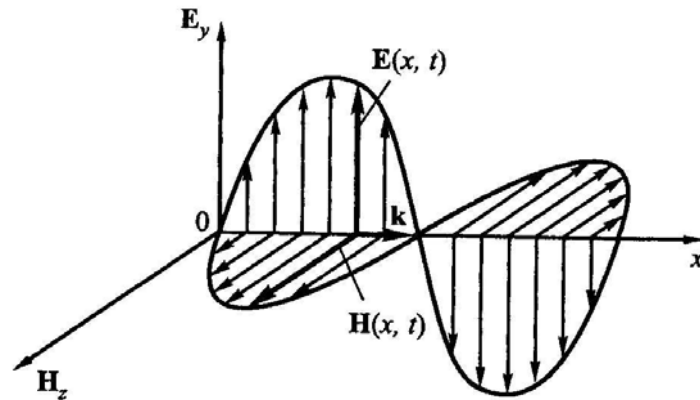


Рис. 2.1. Взаимное расположение векторов электрического и магнитного полей электромагнитной волны

Т. е. электромагнитные волны являются поперечными (рис. 2.1). С учетом поперечности волны из первого уравнения (2.8) находим связь между модулями векторов напряженности электрического и магнитного полей:

$$k E = \mu\mu_0 \omega H \Rightarrow E_0 = \mu\mu_0 \frac{\omega}{k} H_0 = \mu\mu_0 v H_0 = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} H_0 \Rightarrow,$$

$$\boxed{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu\mu_0} H_0.} \quad (2.9)$$

На частицу с зарядом q , движущуюся со скоростью v_q , в электромагнитном поле действует **сила Лоренца**, которая состоит из электрической F_E и магнитной F_B составляющих:

$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = q \left(\vec{E} + [\vec{v}_q \vec{B}] \right).$$

С учетом (2.9) максимальное отношение этих сил равно:

$$\frac{F_E}{F_B} = \frac{E_0}{v_q B_0} = \frac{E_0}{v_q \mu\mu_0 H_0} = \frac{1}{v_q \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}} = \frac{c}{v_q n}.$$

Из этого соотношения следует, что на частицу, движущуюся со скоростью, много меньшей скорости света, в основном действует электрическая компонента электромагнитной волны, которая получила особое название **светового вектора**.

Электромагнитная волна с определенной частотой называется **монохроматической**. В общем случае монохроматическая волна представляет собой суперпозицию отдельных монохроматических волн с одним и тем же волновым вектором, но с разным значением светового вектора. Если направления световых векторов всех отдельных волн в плоскости, перпендикулярной волновому вектору, равновероятны, такой свет называется **неполяризованным**, или **естественным** (рис. 2.2, а). Если эти векторы каким либо образом упорядочены, такой свет называется **поляризованным**.

Если результирующее значение амплитуды светового вектора в каком либо направлении преобладает над его амплитудой в других направлениях, такой свет называется **частично поляризованным** (рис. 2.2, б). Его можно рассматривать как суперпозицию двух монохроматических **некогерентных**¹² взаимно перпендикулярных волн¹³ с одинаковым волновым вектором.

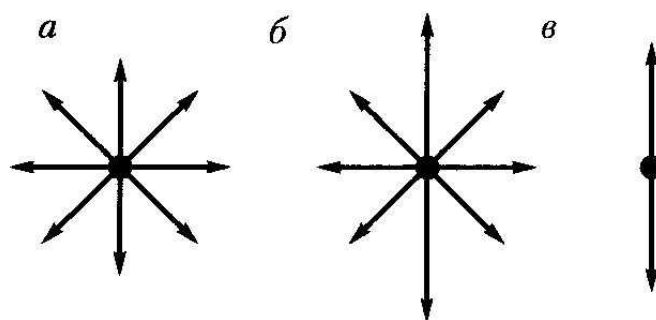


Рис. 2.2. Виды поляризации света

Плоскополяризованным (рис. 2.2, в) называется свет, в котором световые векторы всех отдельных волн параллельны друг другу. Результирующий световой вектор в этом случае совершает колебания в одной определенной плоскости, проходящей через волновой вектор. Эту плоскость будем называть **плоскостью поляризации света**¹⁴.

¹² Когерентными называются волны, разность фаз которых в рассматриваемой точке не зависит от времени.

¹³ Колебания светового вектора во взаимно перпендикулярных волнах происходят во взаимно перпендикулярных плоскостях.

¹⁴ Первоначально плоскостью поляризации называлась плоскость колебаний векторов магнитной индукции или напряженности магнитного поля света.

Плоскополяризованный монохроматический свет можно рассматривать как суперпозицию двух **когерентных** взаимно перпендикулярных волн с одинаковым волновым вектором и разностью фаз δ , равной нулю или $\pm\pi$.

Эллиптически поляризованным называется монохроматический свет, в котором конец светового вектора, перемещаясь с фазовой скоростью света вдоль волнового вектора, совершает с частотой света периодическое движение по эллипсу в плоскости, перпендикулярной волновому вектору. Свет с такой поляризацией можно рассматривать как суперпозицию двух **когерентных** взаимно перпендикулярных волн с одинаковым волновым вектором, имеющих разность фаз δ , отличную от нуля или $\pm\pi$. Если разность фаз будет равна $\delta = \pm\frac{\pi}{2}$ и ам-

плитуды светового вектора волн одинаковы, эллиптически поляризованный свет становится **циркулярно поляризованным** или **поляризованным по кругу**. Конец светового вектора при такой поляризации света, если свет движется на нас, будет описывать окружности по часовой стрелке при $\delta = +\frac{\pi}{2}$ и против при $\delta = -\frac{\pi}{2}$. В первом случае свет называется **левополяризованным по кругу** (или эллипсу), во втором – **правополяризованным**¹⁵.

Так как электрическое и магнитное поля обладают энергией, электромагнитная волна представляет собой поток энергии, вектор плотности которого называется **вектором Умова–Пойнтинга** и равняется

$$\vec{S} = w \cdot \vec{v} = [\vec{E} \cdot \vec{H}],$$

где w – **плотность энергии** электромагнитного поля, с учетом (2.9) равная

$$w = \left(\frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu \mu_0 H^2 \right) = \varepsilon \varepsilon_0 E^2 = \mu \mu_0 H^2 = \frac{1}{v} E \cdot H.$$

Модуль вектора Умова–Пойнтинга, усредненный по периоду колебаний, называется **интенсивностью света** I :

$$I = \bar{w} \cdot v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_0^2. \quad (2.10)$$

¹⁵ Согласно квантовой физике свет представляет собой поток частиц – фотонов, каждый из которых представляет собой циркулярно поляризованную волну с левой или правой поляризацией. В плоскополяризованной монохроматической волне плотность потока лево- и правополяризованных фотонов одинакова.

Контрольные вопросы

1. Что называется волной?
2. Чем волна отличается от колебаний?
3. Что называется волновым вектором? Чему он равняется?
4. Что называется фазовой скоростью волны? Чему она равняется?
5. Что называется электромагнитной волной (светом)?
6. Как направлены вектора \vec{k} , \vec{E} и \vec{H} электромагнитной волны относительно друг друга? Изобразить направление этих векторов на рисунке.
7. Какая связь существует между модулями векторов света \vec{E} и \vec{H} ?
8. Чему равняется фазовая скорость электромагнитной волны (света) в диэлектрике?
9. Что называется вектором Умова–Пойнтинга? Чему он равняется?
10. Что называется интенсивностью света? Чему она равняется?
11. Для каких заряженных частиц взаимодействием с магнитной составляющей света можно пренебречь? Почему?
12. Что называется световым вектором?
13. Какой свет называется монохроматическим?
14. Чем естественный свет отличается от поляризованного?
15. Какой свет называется плоскополяризованным (эллиптически поляризованным, циркулярно поляризованным)?

3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ

Свойства света существенно зависят от его взаимодействия с веществом. При прохождении света через вещество его фазовая скорость по сравнению с вакуумом уменьшается, изменяется его поляризация. Кроме этого, если в веществе имеются заряженные частицы, которые под действием светового вектора могут создавать переменный электрический ток¹⁶, происходит поглощение света. С другой стороны, под действием света вещество поляризуется, при наличии проводимости в нем возникают переменные токи.

3.1. Поляризация света при отражении

Обычные источники света¹⁷, которые нас окружают, излучают естественный свет. Поляризованный свет можно получить при взаимодействии естественного света с веществом. Примером этого может служить явление поляризации света при отражении от границы двух сред. В результате отражения можно получить частично и плоско поляризованный свет. В последнем случае говорят о явлении полной поляризации света. Условие, при котором имеет место полная поляризация света, следует из формул Френеля для отраженного света. Эти формулы вытекают из граничных условий для векторов напряженности электрического и магнитного полей и связывают амплитуды световых векторов падающей \vec{E}^{nad} и отраженной волн \vec{E}^{omp} :

$$E_{\perp}^{omp} = -E_{\perp}^{nad} \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}, \quad (3.1)$$

$$E_{\parallel}^{omp} = E_{\parallel}^{nad} \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)}, \quad (3.1')$$

где α , β – углы падения и преломления луча; E_{\perp}^{nad} , E_{\perp}^{omp} – проекции амплитуд светового вектора, перпендикулярные плоскости падения; E_{\parallel}^{nad} , E_{\parallel}^{omp} – проекции амплитуд светового вектора на плоскость падения (рис. 3.1).

¹⁶ Проводимость вещества отлична от нуля.

¹⁷ Кроме квантовых генераторов света – лазеров.

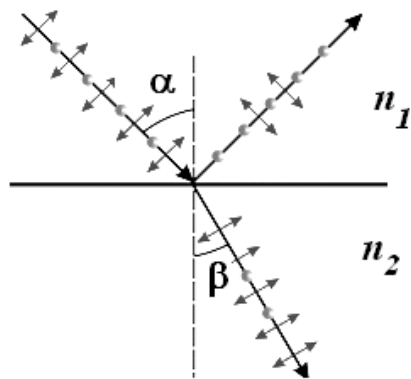


Рис. 3.1. Поляризация света при отражении от границы двух сред

Согласно формуле (3.1') при $\alpha + \beta = \pi / 2$ проекция светового вектора отраженного света $E_{\parallel}^{omp} = 0$. Следовательно, при этом значении угла падения $\alpha = \alpha_B$ в отраженном свете будет присутствовать только компонента светового вектора, перпендикулярная плоскости падения луча. Т. е. отраженный луч будет плоскополяризованным – с плоскостью поляризации, перпендикулярной плоскости падения луча. При этом преломленный луч будет частично поляризованным (рис. 3.2). Это явление получило название **полной поляризации** света при отражении, а угол падения α_B , при котором это явление имеет место, называется углом Брюстера. Если угол падения не равняется углу Брюстера, отраженный и преломленный лучи будут частично поляризованы.



Дэвид Брюстер – шотландский физик (1781–1868), иностранный почетный член Петербургской АН (1830), член Лондонского королевского общества (1815). Осуществил ряд важных экспериментов в области оптики и поляризации света. Вывел закон Брюстера.

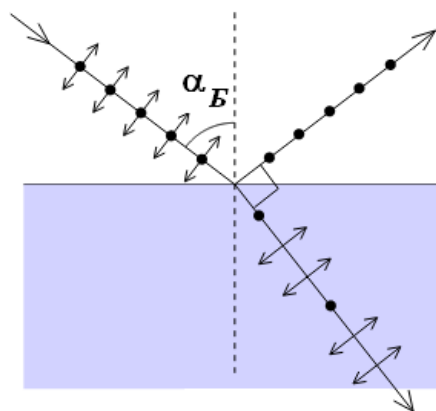


Рис. 3.2. Поляризация света при отражении под углом Брюстера



Пьер Бугер (1698–1758) – французский физик и астроном, основатель фотометрии. Имя Бугера внесено в список 72 величайших учёных Франции.

Для угла Брюстера с учетом закона Снеллиуса (1.1) получаем:

$$\frac{\sin(\alpha_B)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_B\right)} = n_{21}$$
$$\Rightarrow \boxed{\operatorname{tg}(\alpha_B) = \frac{n_2}{n_1}} \text{ – закон Брюстера.} \quad (3.2)$$

Измерив угол Брюстера при отражении света, падающего из вакуума ($n_1 = 1$) на поверхность некоторой среды, пользуясь законом Брюстера, можно определить абсолютный показатель преломления этой среды n_2 .

Контрольные вопросы

1. Какие граничные условия существуют для напряженности электрического поля при отражении света от границы раздела диэлектриков?
2. Какое оптическое явление называется полной поляризацией света при отражении?
3. Чем отличается явление полной поляризации света от явления полного отражения?
4. Что называется углом Брюстера?
5. По какой формуле можно рассчитать угол Брюстера? Как называется эта формула?
6. Какую ориентацию имеет плоскость поляризации отраженного луча относительно плоскости падения при явлении полной поляризации?
7. Какую поляризацию имеет преломленный луч при явлении полной поляризации?
8. Как измерить показатель преломления диэлектрика с помощью явления полной поляризации?

3.2. Оптические коэффициенты вещества

Поглощение света при прохождении через вещество описывается законом Бугера–Ламберта¹⁸. Согласно этому закону зависимость интенсивности света от пути, пройденного в веществе вдоль оси x , уменьшается по экспоненциальному закону

¹⁸ Закон **Бугера–Ламберта** экспериментально открыт французским учёным Пьером Бугером в 1729 г.

$$\boxed{I = I_0 e^{-\alpha x}}, \quad (3.3)$$

где I и I_0 – интенсивности монохроматического света в точках x и 0 ; α – **коэффициент поглощения**. Из формулы (3.3) следует, что величина, обратная α , равняется толщине вещества, при прохождении которого интенсивность света уменьшается в e раз¹⁹.

Из закона Бугера–Ламберта с учетом (2.10) уравнение волны для светового вектора (2.7) принимает вид:

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 e^{-\frac{1}{2}\alpha x} e^{i(kx - \omega t)} = \vec{E}_0 e^{i\omega\left(\frac{\tilde{n}}{c}x - t\right)}, \quad (3.4)$$

где $E_0 = \left(2I_0 \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}\right)^{1/2}$ – амплитуда светового вектора; $\tilde{n} = n + in'$ – комплексный показатель преломления; n – вещественный показатель преломления, определяющий фазовую скорость света в веществе; n' – **показатель поглощения** света (коэффициент экстинкции) – мнимая часть комплексного показателя преломления. Коэффициенты n' и α связаны друг с другом формулой

$$\boxed{\alpha = \frac{2\omega n'}{c}}. \quad (3.5)$$

Коэффициенты n , n' и α , характеризующие оптические свойства вещества, будем называть основными оптическими коэффициентами. В проводящей среде эти коэффициенты должны быть связаны с электрическими коэффициентами – диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостями, удельной электрической проводимостью σ .

В среде с удельной проводимостью, отличной от нуля, с учетом закона Ома для плотности переменного тока, возбуждаемого световым вектором, волновое уравнение (2.5') для затухающих за счет поглощения электромагнитных волн принимает вид:

$$\Delta \vec{E} = \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu\mu_0\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

Так как для света $E \sim e^{-i\omega t}$, а $\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -i\omega \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, заменяя в этом уравнении первую производную по времени на вторую производную, уравнение можно представить в каноническом виде (2.4):

¹⁹ Согласно квантовой электродинамике, величина, обратная коэффициенту поглощения, равна средней длине свободного пробега фотона в веществе.

$$\Delta \vec{E} = \mu \mu_0 \tilde{\varepsilon} \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (3.6)$$

где $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + i\varepsilon'$ – **комплексная диэлектрическая проницаемость**; ε – вещественная диэлектрическая проницаемость, характеризующая поляризационные свойства вещества; ε' – **мнимая часть диэлектрической проницаемости**, описывающая свойство его проводимости:

$$\varepsilon' = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega}.$$

Для того, чтобы найти связь между оптическими и электрическими коэффициентами, подставим в уравнение (3.6) выражение для светового вектора (3.4). После дифференцирования левой и правой частей этого уравнения с учетом (2.6) получаем уравнение для комплексных величин показателя преломления и диэлектрической проницаемости:

$$\tilde{n}^2 = \mu \tilde{\varepsilon}.$$

Для вещественных значений этих величин из данного уравнения получаем:

$$\begin{cases} n^2 - n'^2 = \mu \varepsilon \\ 2nn' = \mu \varepsilon' \end{cases}. \quad (3.7)$$

Связь оптических и электрических коэффициентов вытекает из взаимодействия заряженных частиц, входящих в состав вещества, со световым вектором электрического поля. В результате этого взаимодействия частицы совершают вынужденные колебания, которые приводят к поляризации вещества и появлению переменного электрического тока в нем за счет энергии света.

Решая систему уравнений (3.7), для оптических коэффициентов получаем:

$$n^2 = \begin{cases} \varepsilon \geq 0, & \frac{\varepsilon \mu}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right)^2} + 1 \right) \\ \varepsilon < 0, & -\frac{\varepsilon \mu}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right)^2} - 1 \right) \end{cases}, \quad n' = \frac{\mu \varepsilon'}{2n}. \quad (3.8)$$

В полученной формуле учтено, что в переменном электрическом поле света диэлектрическая проницаемость в результате вынужденных

колебаний вектора поляризации в области резонанса может принимать отрицательные значения²⁰.

И вещественная, и мнимая части диэлектрической проницаемости, как будет видно ниже, являются функциями частоты света. Следовательно, оптические коэффициенты тоже являются функциями частоты (длины волны) света. Это свойство называется **дисперсией оптических коэффициентов**. Зависимость фазовой скорости света в веществе от частоты или длины волны получила название **дисперсии света**.

Согласно формулам (3.8) в средах, не являющихся ферромагнетиками ($\mu \approx 1$), чтобы рассчитать оптические коэффициенты для заданной частоты света, нужно знать значения вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости для этой частоты.

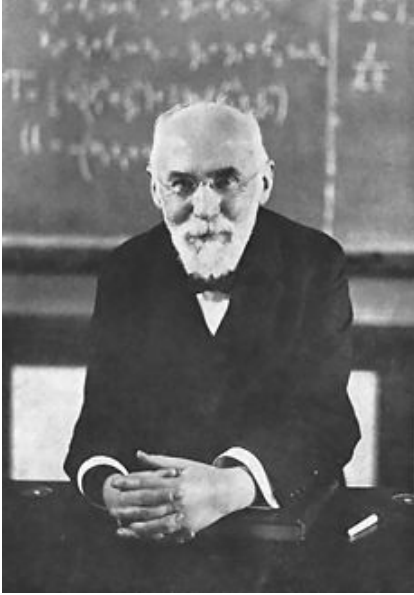
Контрольные вопросы:

1. С каким полем электромагнитной волны взаимодействуют частицы вещества?
2. Какие явления происходят со светом в веществе?
3. Какие явления происходят в веществе под действием света?
4. Какое явление описывает закон Бугера–Ламберта? Каково содержание этого закона?
5. Какой оптический коэффициент определяет фазовую скорость света в веществе?
6. Какие оптические коэффициенты определяют поглощение света в веществе?
7. Какое свойство света называется дисперсией?
8. Какое свойство оптических коэффициентов вещества называется дисперсией?
9. Какие электрические и магнитные коэффициенты вещества связаны с оптическими коэффициентами?
10. В каких веществах мнимая часть диэлектрической проницаемости отлична от нуля?

3.3. Классическая теория дисперсии

Чтобы построить теорию дисперсии оптических коэффициентов вещества, т. е. найти зависимость оптических коэффициентов от частоты света (длины волны), необходимо решить задачу о движении заряженных частиц вещества под действием светового вектора электромаг-

²⁰ Отрицательные значения диэлектрической проницаемости возможны в области частот света, превышающих собственные частоты колебаний дипольного момента частиц вещества.



Хендрик Антон Лоренц (1853–1928) – нидерландский физик-теоретик, лауреат Нобелевской премии по физике. Создатель классической электронной теории взаимодействия движущихся зарядов с электромагнитным полем (сила Лоренца), *разработал классическую теорию дисперсии света*, развил электродинамику движущихся сред, выдвинул гипотезу о сокращении тел (сокращение Фицджеральда – Лоренца), ввёл понятие о «собственном времени», получил релятивистское выражение для зависимости массы от скорости, вывел соотношения между координатами и временем (преобразования Лоренца).

нитной волны. Если это движение можно описать с помощью законов классической физики, такая теория дисперсии, в отличие от **квантовой**, будет называться **классической**. Как правило, *классическая теория дисперсии применима в том случае, когда: 1) энергия заряженных частиц может изменяться непрерывным образом, т. е. спектр разрешенных значений энергии частиц является непрерывным или почти непрерывным; 2) частота света мала – энергия фотонов много меньше средней тепловой энергии частиц ($\hbar\omega \ll k_0T$).*

Согласно классической теории дисперсии вещество в общем случае состоит из заряженных частиц, которые могут совершать собственные колебания с частотой ω_0 . Такие частицы называются **заряженными осцилляторами**. Движение этих частиц под действием светового вектора с учетом сил трения и сил упругости подчиняется второму закону Ньютона. Этот закон в дифференциальной форме имеет следующий вид:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_{вн} + \vec{F}_{упр} + \vec{F}_{тр} = q\vec{E} - m\omega_0^2\vec{r} - 2mb\dot{\vec{r}},$$

или в канонической форме для вынужденных колебаний:

$$\ddot{\vec{r}} + 2b\dot{\vec{r}} + \omega_0^2\vec{r} = \frac{q}{m}\vec{E}, \quad (3.9)$$

где \vec{r} – радиус-вектор отклонения частиц от положения равновесия; $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$ – световой вектор в точке, где находится частица; m и q – значения массы и заряда частиц; b – коэффициент затухания собственных колебаний частицы. Решением уравнения (3.9) является уравнение вынужденных гармонических колебаний

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 e^{-i\omega t}, \quad (3.10)$$

где

$$\vec{r}_0 = \frac{q\vec{E}_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2 - i2b\omega)} = \frac{q\vec{E}_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2}} e^{i\varphi} \quad (3.11)$$

– амплитуда вынужденных колебаний; φ – разность фаз между вынужденными колебаниями частиц и колебаниями светового вектора:

$$\varphi = \arctg\left(\frac{2b\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right). \quad (3.12)$$

Согласно электродинамике вынужденные колебания заряженных частиц приводят к поляризации вещества, которая для невзаимодействующих частиц одного сорта описывается вектором поляризации \vec{P} , равным

$$\vec{P} = N\vec{p}, \quad (3.13)$$

где N – концентрация частиц; $\vec{p} = q\vec{r}$ – дипольный момент частицы.

Учтем связь вектора поляризации с вектором электрического смещения:

$$\vec{D} = \tilde{\varepsilon}\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}.$$

Подставим в это уравнение выражение для вектора поляризации с учетом формул (3.10), (3.11) и (3.13) и сократим левую и правую части на общий множитель. После этого уравнение принимает вид:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + i\varepsilon' = 1 + \frac{q^2N}{\varepsilon_0m(\omega_0^2 - \omega^2 - i2b\omega)}. \quad (3.14)$$

Для вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости из уравнения (3.14) получаем:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\omega) &= 1 + \frac{q^2N(\omega_0^2 - \omega^2)}{m\varepsilon_0\left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2\right]}, \\ \varepsilon'(\omega) &= \frac{2q^2Nb\omega}{m\varepsilon_0\left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2\right]}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Следует отметить, что мнимая часть диэлектрической проницаемости отлична от нуля только при наличии трения. В процессе трения

энергия, полученная частицами от света, необратимо превращается в тепловую энергию.

С учетом частиц разного сорта²¹ формулы (3.15) преобразуются к виду:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + \sum_i \frac{q_i^2 N_i (\omega_{0i}^2 - \omega^2)}{m_i \varepsilon_0 \left[(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + 4b_i^2 \omega^2 \right]},$$

$$\varepsilon'(\omega) = \sum_i \frac{2q_i^2 N_i b_i \omega}{m_i \varepsilon_0 \left[(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + 4b_i^2 \omega^2 \right]}, \quad (3.15')$$

где значок i указывает номер сорта частиц вещества, взаимодействующих со светом, $\varepsilon_\infty = \varepsilon(\infty)$ – высокочастотная²² диэлектрическая проницаемость. С учетом (3.8) формулы (3.15') описывают классическую дисперсию показателя преломления и поглощения света в веществе.

При $\omega = 0$ и $\omega = \infty$ из формул (3.15') следует:

$$\varepsilon(0) = \varepsilon_s = \varepsilon_\infty + \sum_i \frac{q_i^2 N_i}{m_i \varepsilon_0 \omega_{0i}^2}, \quad \varepsilon'(0) = 0, \quad (3.16)$$

$$\varepsilon(\infty) = \varepsilon_\infty, \quad \varepsilon'(\infty) = 0, \quad (3.16')$$

где ε_s – низкочастотная диэлектрическая проницаемость. Для показателя преломления из решения системы уравнений (3.7) с учетом (3.16) и (3.16') при $\mu = 1$ получаем значения показателя преломления для низких и высоких частот:

$$n(0) = n_s = \sqrt{\varepsilon_s}, \quad n(\infty) = n_\infty = \sqrt{\varepsilon_\infty}.$$

В области частот света, близких к собственной частоте колебания частиц определенного сорта ω_0 , основной вклад в правую часть формул (3.15') за счет малого значения знаменателя будет давать член суммы для этого сорта частиц. С учетом этого в области частот, близких к ω_0 , дисперсию вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости можно приближенно представить в более простом виде:

²¹ Этими частицами могут быть диполи, электронные оболочки атомов и молекул, ионы кристаллической решетки, свободные носители заряда.

²² Диэлектрическая проницаемость полупроводников и диэлектриков на частотах, соответствующих переходам электронов под действием света из валентной зоны в зону проводимости.

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\infty} \left\{ 1 + \frac{\omega_p^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2 \omega^2} \right\}; \quad \varepsilon'(\omega) = \frac{2\varepsilon_{\infty} \omega_p^2 b \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2 \omega^2}, \quad (3.17)$$

где
$$\omega_p^2 = \frac{q^2 N}{m \varepsilon_{\infty} \varepsilon_0}.$$

На рис. 3.3 в качестве примера приведен график дисперсии показателя преломления в диэлектрике, рассчитанный для заряженных осцилляторов одного сорта по формулам (3.8), (3.17) при значениях параметров: $\varepsilon_{\infty} = 16$; $\mu = 1$; $\omega_p = 0.1 \omega_0$; $b = 0.05 \omega_0^{23}$.

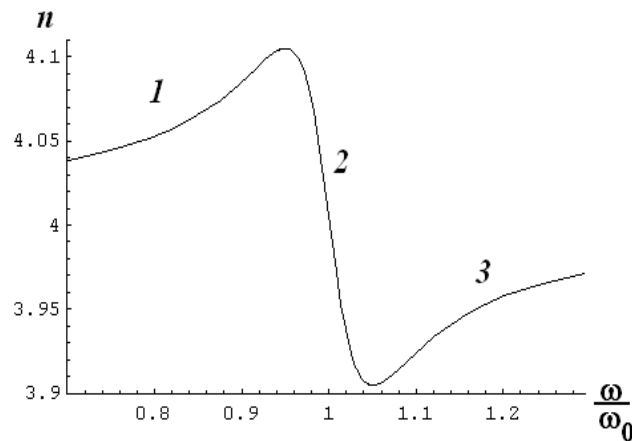


Рис. 3.3. Дисперсия показателя преломления света в диэлектрике на осцилляторах с частотой ω_0

Участки кривой 1, 3, на которых показатель преломления с ростом частоты света (уменьшением длины волны) растет ($\frac{\partial n}{\partial \omega} > 0$, $\frac{\partial n}{\partial \lambda} < 0$), называются областью **нормальной** дисперсии. В области **аномальной** дисперсии (участок 2) показатель преломления с ростом частоты света уменьшается ($\frac{\partial n}{\partial \omega} < 0$, $\frac{\partial n}{\partial \lambda} > 0$).

На рис. 3.4 приведен график дисперсии коэффициента поглощения, рассчитанный по формуле (3.3) и соответствующий графику рис. 3.3. Значения коэффициента поглощения для удобства приведены в единицах $\alpha_0 = \frac{2\omega_0}{c}$.

²³ Указанные значения соответствуют параметрам алмазоподобных полупроводников в области частот колебания атомов кристаллической решетки.

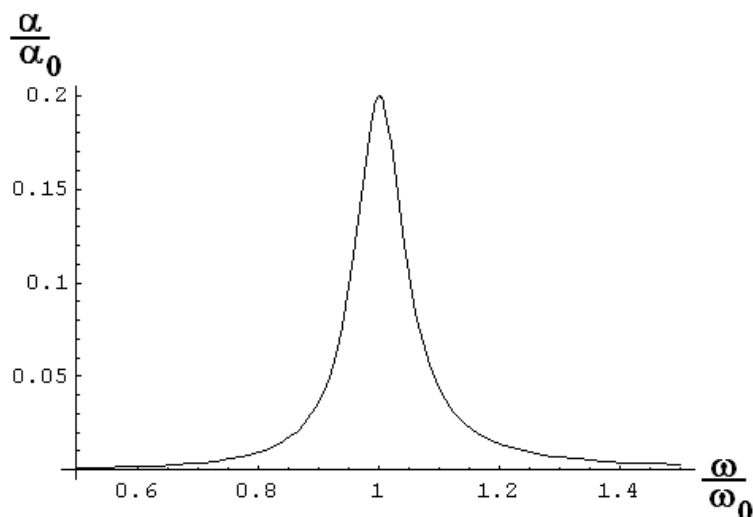


Рис. 3.4. Дисперсия коэффициента поглощения света в диэлектрике на осцилляторах с частотой ω_0

Согласно этому рисунку области аномальной дисперсии коэффициента преломления соответствует область сильного поглощения света на частотах вблизи собственной частоты колебания осцилляторов, т. е. в области резонанса вынужденных колебаний осциллятора. Эту область частот принято называть областью **собственного** поглощения. Области нормальной дисперсии коэффициента преломления при частотах, далеких от собственной частоты, будет соответствовать область слабого – **вынужденного** – поглощения.

Если частицы вещества могут совершать колебания с разными частотами²⁴, то наличию каждой частоты будет соответствовать свой осциллятор. С учетом этого расчет диэлектрической проницаемости нужно проводить по формулам (3.15'). При наличии осцилляторов с двумя частотами $\omega_{01} < \omega_{02}$ формулы для вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости принимают вид:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\infty} \left\{ 1 + \frac{\omega_{p1}^2 (\omega_{01}^2 - \omega^2)}{(\omega_{01}^2 - \omega^2)^2 + 4b_1^2 \omega^2} + \frac{\omega_{p2}^2 (\omega_{02}^2 - \omega^2)}{(\omega_{02}^2 - \omega^2)^2 + 4b_2^2 \omega^2} \right\},$$

$$\varepsilon'(\omega) = \frac{2\varepsilon_{\infty} \omega_{p1}^2 b_1 \omega}{(\omega_{01}^2 - \omega^2)^2 + 4b_1^2 \omega^2} + \frac{2\varepsilon_{\infty} \omega_{p2}^2 b_2 \omega}{(\omega_{02}^2 - \omega^2)^2 + 4b_2^2 \omega^2}. \quad (3.18)$$

²⁴ Эти колебания называются нормальными. Число нормальных колебаний кристаллической решетки равняется утроенному числу атомов элементарной ячейки.

На рис. 3.5, 3.6 приведены графики показателя преломления и коэффициента поглощения для осцилляторов двух видов, рассчитанные по формулам (3.3), (3.6), (3.16) при значениях параметров $\epsilon_\infty = 16$; $\mu = 1$; $n_\infty = 4$; $\omega_{02} = 3 \cdot \omega_{01}$; $\omega_{p1} = \omega_{p2} = 0.1 \omega_{01}$; $b_1 = b_2 = 0.1 \omega_{01}$.

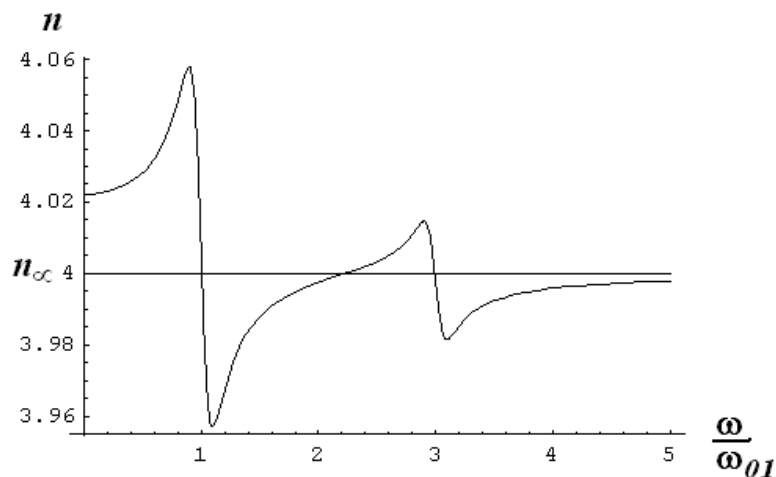


Рис. 3.5. Дисперсия показателя преломления в диэлектрике при наличии осцилляторов двух видов

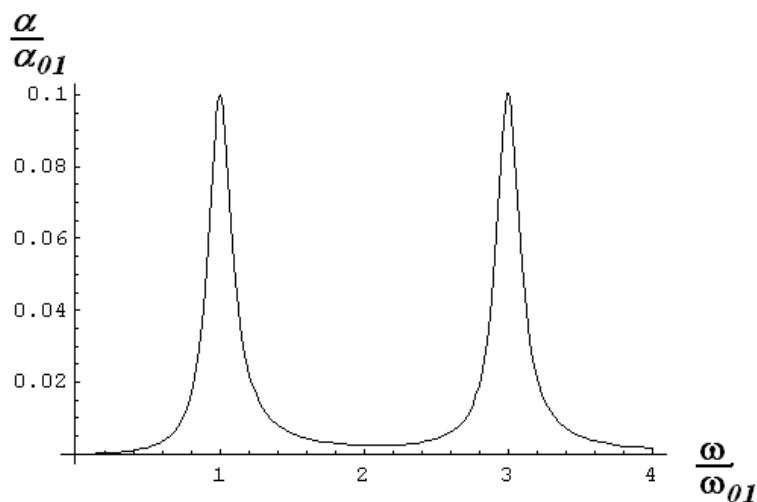


Рис. 3.6. Дисперсия коэффициента поглощения света в диэлектрике при наличии осцилляторов двух видов

В металлах, в отличие от диэлектриков, взаимодействие со светом в основном происходит за счет свободных электронов²⁵. Для них собственная частота колебаний равна нулю, и формулы (3.16) принимают следующий вид:

²⁵ За счет большой концентрации электронов проводимости взаимодействием света с ионами кристаллической решетки в металлах можно пренебречь.

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + 4b^2}, \quad \varepsilon'(\omega) = \frac{2\omega_p^2 b}{\omega(\omega^2 + 4b^2)}, \quad (3.19)$$

где $\omega_p^2 = \frac{e^2 n_e}{m \varepsilon_0}$; e – элементарный заряд; n_e , m – концентрация и масса

свободных электронов в металле. Частота ω_p называется плазменной частотой и представляет собой собственную частоту колебаний электронного газа в металлах относительно ионов кристаллической решетки. Эти колебания²⁶, как и колебания молекул воздуха, приводят к появлению волн в электронном газе, аналогичных звуковым волнам.

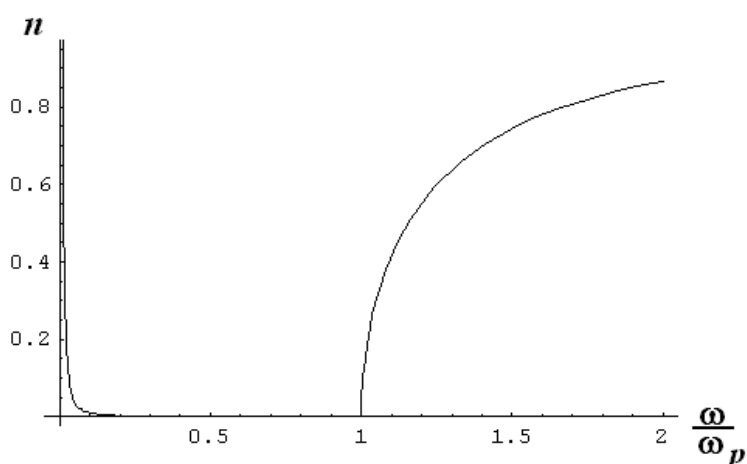


Рис. 3.7. Дисперсия показателя преломления света на электронах проводимости в металлах

В качестве примера на рис. 3.7 представлен график дисперсии показателя преломления света в металле, рассчитанный по формулам (3.8), (3.19) при $\mu = 1$; $b = 1 \cdot 10^{-4} \omega_p$. Согласно рисунку показатель преломления при частоте света меньше плазменной частоты электронов равен нулю, исключая небольшую область частот около нуля. Область частот, где показатель преломления равен нулю, называется **областью металлического отражения света**. Свет, частота которого находится в этой области, испытывает полное отражение от поверхности металла, которое одновременно сопровождается сильным его поглощением. На рис. 3.8 представлен график дисперсии коэффициента поглощения света на электронах проводимости в металле, соответствующий рис. 3.7, где

²⁶ Собственные колебания электронов проводимости относительно ионов кристаллической решетки приводят к колебаниям концентрации электронов в рассматриваемой точке. Колебание концентрации в свою очередь приводит к появлению в металлах и проводниках плазменных волн.

$\alpha_p = \frac{2\omega_p}{c}$. Области металлического отражения на графике соответствуют сильное поглощение света, области нормальной дисперсии показателя преломления – **область прозрачности** ($\alpha = 0$).

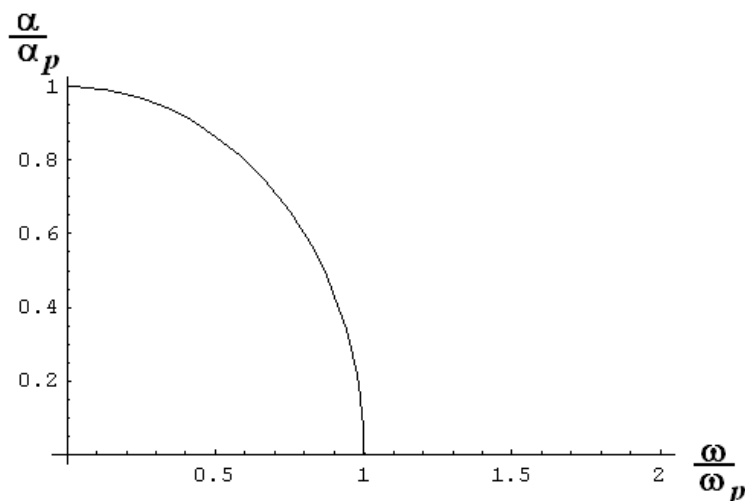


Рис. 3.8. Дисперсия коэффициента поглощения света на электронах проводимости в металлах

В отличие от металлов и диэлектриков в полупроводниках имеются и свободные носители заряда,²⁷ как в металлах, и ионы кристаллической решетки, которые ведут себя как заряженные осцилляторы в диэлектриках. Таким образом, полупроводники обладают как свойствами проводников, так и диэлектриков. Вследствие этого для полупроводников формулы (3.15') для вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости должны включать вклады и от ионов кристаллической решетки, и от свободных носителей заряда:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty \left\{ 1 + \frac{\omega_{p1}^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b_1^2 \omega^2} - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2 + 4b_2^2} \right\},$$

$$\varepsilon'(\omega) = \frac{2\varepsilon_\infty \omega_{p1}^2 b_1 \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b_1^2 \omega^2} + \frac{2\varepsilon_\infty \omega_{p2}^2 b_2}{\omega(\omega^2 + 4b_2^2)}, \quad (3.20)$$

где индексы 1 и 2 относятся соответственно к ионам кристаллической решетки и свободным носителям заряда²⁸, ω_0 – собственная частота колебаний ионов кристаллической решетки.

²⁷ Электроны в зоне проводимости и дырки в валентной зоне.

²⁸ В полупроводниках *n*-типа это электроны, в полупроводниках *p*-типа – дырки.

На рис. 3.9 в качестве примера представлен график дисперсии показателя преломления в полупроводнике с учетом электронов проводимости и ионов кристаллической решетки. Кривая дисперсии рассчитана по формулам (3.8), (3.20) при следующих значениях параметров: $\epsilon_\infty = 16$; $\mu = 1$; $\omega_{p1} = 0.1 \omega_0$; $b_1 = 0.01 \omega_0$; $\omega_{p2} = 0.8 \omega_0$; $b_2 = 0.008 \omega_0$. На графике прямая линия соответствует значению показателя преломления на высоких частотах $n_\infty = \sqrt{\epsilon_\infty} = 4$. На графике значениям показателя преломления, близким к нулю, соответствует область металлического отражения. N -образная особенность соответствует дисперсии на ионах кристаллической решетки.

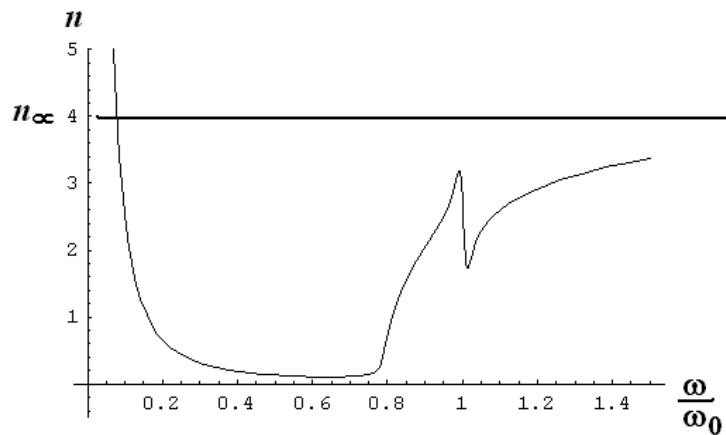


Рис. 3.9. Дисперсия показателя преломления света в полупроводнике

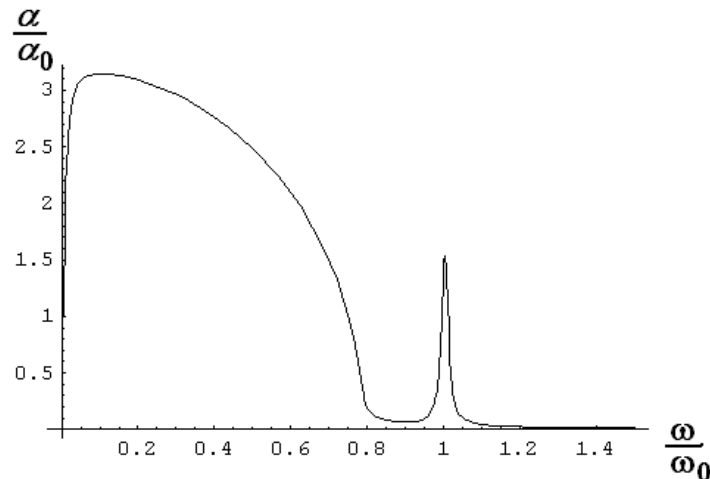


Рис. 3.10. Дисперсия коэффициента поглощения света в полупроводнике

На рис. 3.10 представлен график дисперсии коэффициента поглощения света в полупроводнике, соответствующий рис. 3.9, где $\alpha_0 = \frac{2\omega_0}{c}$. Согласно рисунку поглощение на электронах проводимости

представляет собой широкую полосу в области частот металлического отражения и наблюдается узкий резонансный пик поглощения на колебаниях ионов кристаллической решетки.

Контрольные вопросы:

1. Какая теория дисперсии оптических коэффициентов называется классической?
2. При каких условиях дисперсия оптических коэффициентов описывается классической теорией?
3. Как движутся заряженные частицы вещества под действием светового вектора?
4. Из чего состоит диэлектрик согласно классической теории дисперсии?
5. От чего зависит амплитуда вынужденных колебаний заряженных осцилляторов под действием света?
6. При каких условиях диэлектрическая проницаемость вещества может быть отрицательной?
7. Какая дисперсия показателя преломления называется нормальной (аномальной)?
8. В какой области спектра поглощения дисперсия света является нормальной (аномальной)?
9. Какое оптическое явление называется «металлическим» отражением?
10. В какой области частот происходит «металлическое» отражение света?

4. МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Экспериментальные методы определения показателя преломления можно разделить на два вида. К первому виду относятся методы, в основе которых лежат законы геометрической оптики. Ко второму – методы, использующие волновые свойства света – дисперсию, поляризацию.

4.1. Методы геометрической оптики

Среди многочисленных методов геометрической оптики выделим следующие:

1. Измерение показателя преломления прозрачных твердых диэлектриков с помощью микроскопа.
2. Измерение показателя преломления прозрачных твердых диэлектриков с помощью гониометра.
3. Измерение показателя преломления жидкостей с помощью рефрактометра.

Применение этих методов подробно описано ниже в методических указаниях к натурным лабораторным работам № О-02, № О-03, № О-04, а также к лабораторной работе по изучению физических моделей на компьютере № МодО-01.

Следует отметить, что во всех указанных работах измерение показателя преломления диэлектриков имеет место в области нормальной дисперсии. В этой области частота видимого света существенно выше собственных частот колебаний ионов кристаллической решетки. Поглощение видимого света при этом, как было сказано выше, практически отсутствует, и диэлектрики для него являются прозрачными. Все это позволяет методам геометрической оптики быть достаточно эффективными.

4.2. Методы на основе волновых свойств

Как было сказано выше, явление полной поляризации света при отражении от поверхности раздела двух сред можно использовать для измерения показателя преломления. Этот метод используется для измерения показателя преломления стекла и подробно описан в методических указаниях к натурной лабораторной работе № О-26.

Исследовать экспериментально дисперсию показателя преломления диэлектриков и полупроводников в области аномальной дисперсии намного сложнее, чем в области нормальной. Во-первых, аномальная дисперсия оптических коэффициентов за счет поляризации кристаллической решетки имеет место в области частот инфракрасного, невидимого глазу излучения²⁹. Во-вторых, в области аномальной дисперсии происходит сильное поглощение света, что затрудняет его измерения после прохождения через вещество. Эти проблемы в рамках возможностей обеспечения студентов лабораторной практикой удастся решить с помощью лабораторной работы по изучению физических моделей на компьютере. Изучение аномальной дисперсии света в полупроводниках проводится в лабораторной работе № МодО-02. Кроме аномальной дисперсии, в этой работе изучается поглощение света на колебаниях ионов кристаллической решетки.

²⁹ Что соответствует собственным частотам колебания решетки

ИЗМЕРЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ СТЕКЛА С ПОМОЩЬЮ МИКРОСКОПА (лабораторная работа № О-02)

Цель работы: 1) ознакомиться с устройством микроскопа; 2) измерить показатель преломления стеклянных пластинок с помощью микроскопа различными способами.

Приборы и принадлежности: микроскоп, микрометр, набор стеклянных пластинок, осветитель.

Введение

Показатель преломления принадлежит к числу важных физических констант. Существует множество методов определения показателя преломления. Измерение показателя преломления стекла при помощи микроскопа является одним из наиболее простых, доступных и достаточно надёжных методов.

Слово «микроскоп» в русский язык введено М.В. Ломоносовым, который много занимался конструированием оптических приборов и инструментов: различного рода зрительных труб, микроскопов, рефрактометров и т. п., а также уделял большое внимание усовершенствованию технологии изготовления оптических стекол и зеркал.

В наше время невозможно представить себе научно-исследовательскую или производственную лабораторию без микроскопа – настолько широко применяются микроскопы в научных исследованиях и производственной практике.

Теория

Пусть из некоторой точки S , находящейся под стеклянной плоскопараллельной пластинкой толщиной d , идет узкий световой пучок расходящихся лучей (рис. 1).

Рассмотрим ход лучей, падающих на поверхность CC_1 под углом α . В точках B луч переходит из стекла в воздух. Направление луча изменяется в соответствии с законом преломления Снеллиуса (1.1)

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = n_{21}, \quad (1)$$

где α – угол падения, β – угол преломления, n_{21} – относительный показатель преломления второй среды 2 (среды преломленного луча) относительно первой среды 1 (среды падающего луча).

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (2)$$

где n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления сред 1 и 2 соответственно, т. е. показатели преломления этих сред относительно вакуума.

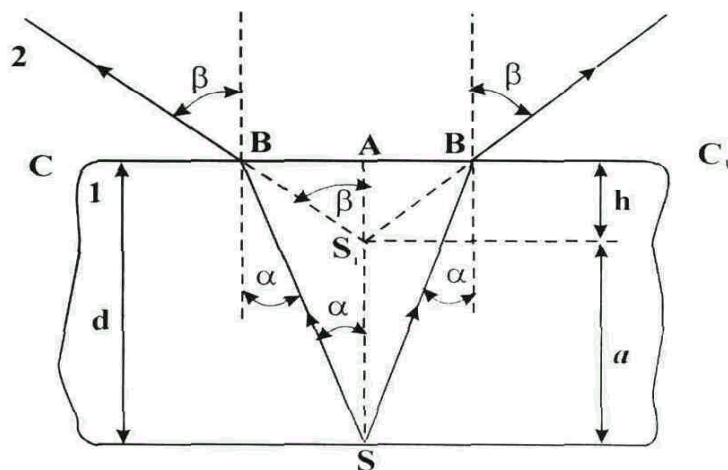


Рис. 1. К закону преломления света

Второй средой в данном случае является воздух, абсолютный показатель преломления воздуха очень мало отличается от показателя преломления вакуума, и в данной работе абсолютный показатель преломления воздуха n_2 можно принять за единицу. Первой средой является стекло, его абсолютный показатель преломления n_1 обозначим через n . Тогда, согласно формуле (1),

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{1}{n}, \quad (3)$$

или

$$n = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)}.$$

При переходе света из среды, оптически более плотной (стекло), в среду, оптически менее плотную (воздух), расхождение лучей увеличивается, вследствие чего наблюдателю во второй среде кажется, что лучи исходят из точки S_1 . Происходит кажущееся приближение точки S к наблюдателю. Из рис. 1 видно, что это приближение равняется, т. е.

$$SS_1 = a = SA - S_1A.$$

Следовательно,

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{AB}{d}; \quad \operatorname{tg}(\beta) = \frac{AB}{d-a}, \quad (4)$$

где d – толщина стеклянной пластинки.

Из соотношений (4) находим:

$$\frac{\operatorname{tg}(\beta)}{\operatorname{tg}(\alpha)} = \frac{d}{d-a}. \quad (5)$$

Для малых углов α и β (а только такие лучи от точки S попадают в объектив микроскопа) отношение тангенсов углов можно заменить отношением синусов:

$$\frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} = \frac{d}{d-a}.$$

Отсюда с учетом формулы (3) получаем:

$$n = \frac{d}{d-a}. \quad (6)$$

Толщину d стеклянной пластинки измеряют микрометром. Расстояние a или $(d-a)$ можно измерить с помощью микроскопа.

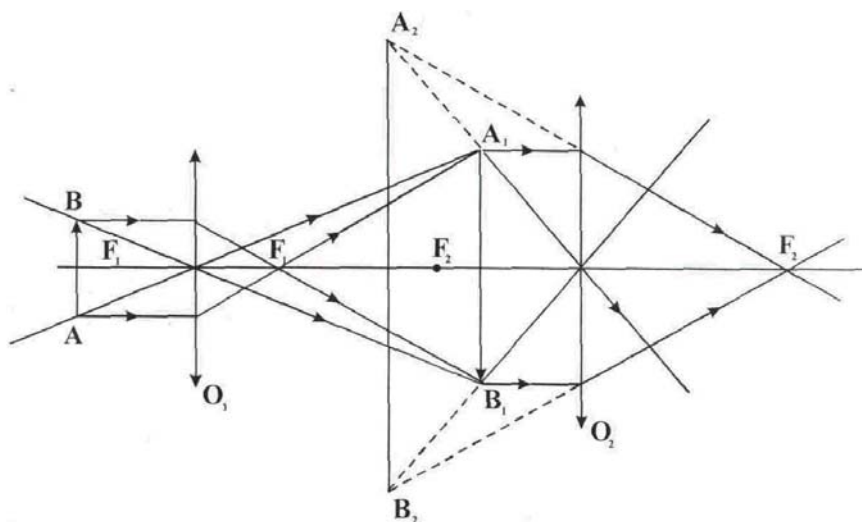


Рис. 2. Ход лучей в микроскопе

На рис. 2 показан ход лучей в микроскопе. Оптическая система микроскопа состоит из двух линз. Линза, обращенная к рассматриваемому предмету, называется объективом, а линза, обращенная к глазу – окуляром. Обе линзы заключены в металлическую трубку-тубус. Объектив O_1 является короткофокусной линзой, а окуляр O_2 длиннофокусной. Рассматриваемый предмет AB помещается перед объективом на

расстоянии, чуть большем его фокусного расстояния. Объектив O_1 даёт действительное увеличенное изображение A_1B_1 предмета, которое, в свою очередь, является предметом для окуляра O_2 . Окуляр расположен на таком расстоянии, чтобы изображение A_1B_1 попало между окуляром и его главным фокусом.

Изображение A_2B_2 , даваемое окуляром, будет мнимым, обратным относительно предмета и увеличенным. Наблюдатель перемещает тубус микроскопа с помощью микрометрического винта до тех пор, пока мнимое изображение A_2B_2 не окажется на расстоянии наилучшего зрения от глаза.

Порядок выполнения работы

Первый способ определения показателя преломления стекла

1. Поместить на предметный столик микроскопа прозрачную стеклянную плоскопараллельную пластинку с черной точкой на её поверхности.
2. Включить осветительную лампочку и установить её так, чтобы свет от нее падал на зеркальце микроскопа, помещенное под предметным столиком.
3. Поворачивая зеркальце, добиться хорошего освещения стеклянной пластинки на предметном столике микроскопа.
4. Глядя в окуляр микроскопа и пользуясь микрометрическим винтом, установить тубус микроскопа так, чтобы черная точка была отчетливо видна. Записать в табл. 1 отсчет N_1 по шкале микрометрического винта, соответствующий положению тубуса микроскопа в данный момент.
5. На пластинку с черной точкой положить стеклянную пластинку, показатель преломления которой надо найти.
6. С помощью микрометрического винта поднимать тубус микроскопа до тех пор, пока черная точка не станет снова отчетливо видна. (При подъеме тубуса следует не забыть сосчитать число полных оборотов головки микрометрического винта).

Записать в табл. 1 отсчет N_2 . Разность отсчетов N_1 и N_2 определяет кажущееся поднятие точки, т. е. величину a (см. рис. 1):

$$a = N_1 - N_2.$$

7. Повторить опыт 5 раз.
8. Измерить микрометром толщину пластинки. Для этого сделать не менее трех измерений.

Второй способ определения показателя преломления стекла

1. Поместить на предметный столик микроскопа стеклянную плоскопараллельную пластину, на нижней и верхней поверхности которой нанесены риски. Риска – это процарапанная прямая линия на поверхности пластинки. Для удобства наблюдения риски на верхней и нижней сторонах пластинки нанесены перпендикулярно друг другу.
2. Включить осветитель, добиться хорошего освещения стеклянной пластины.
3. Установить тубус микроскопа так, чтобы увидеть резкое изображение верхней риски. Записать отчеты N_1 в табл. 2.
4. Опустить тубус микроскопа так, чтобы получить резкое изображение нижней риски. Записать отчеты N_2 в табл. 2. Разность отчетов

$$N_2 - N_1 = h,$$

где $h = d - a$ – расстояние, на которое опущен тубус микроскопа (рис. 1), определяет кажущуюся толщину пластинки.

5. Повторить опыт 5 раз.
6. Измерить микрометром толщину пластинки. Сделать не менее трех измерений и занести в табл. 2.

Третий способ определения показателя преломления стекла

1. Положить на предметный столик микроскопа зеркальную пластину, на верхней поверхности которой нанесена черная метка.
2. Включить осветительную лампочку. Если толщина пластинки d , то мнимое изображение метки лежит за зеркалом также на расстоянии d . Следовательно, расстояние между меткой и её изображением равно $2d$. Осветить поверхность зеркальной пластинки.
3. Установить тубус микроскопа так, чтобы увидеть четкое изображение черной метки на стекле. Записать отсчеты N_1 в табл. 3.
4. Опустить тубус микроскопа, чтобы увидеть чёткое зеркальное изображение метки и записать в табл. 3 новое положение тубуса N_2 . Кажущееся расстояние между меткой и её зеркальным изображением равно

$$h = N_2 - N_1$$

5. Повторять опыт 5 раз.
6. Измерить микрометром толщину пластинки не менее трех раз. Результаты занести в табл. 3.

Обработка результатов измерений

Способ 1

1. Найти и записать в табл. 1 среднеарифметическое значение d толщины пластинки, полученное при первом способе определения показателя преломления стекла.

Таблица 1

Измерение коэффициента преломления (способ 1)

<i>№ опыта</i>	<i>N_1 (мм)</i>	<i>N_2 (мм)</i>	<i>$a = N_2 - N_1$ (мм)</i>	<i>d (мм)</i>	<i>n</i>
1					
2					
3					
4					
5					
<i>Среднее значение</i>					

2. Вычислить значения величины $a = N_2 - N_1$ для всех пяти опытов и записать их в табл. 1. Найти среднее значение a .

3. Вычислить значение показателя преломления n по формуле

$$n = \frac{d}{d - a}. \quad (6)$$

Способ 2.

Найти и записать в табл. 2 среднеарифметическое значение d толщины пластинки, полученное при втором способе определения показателя преломления стекла.

Таблица 2

Измерение коэффициента преломления (способ 2)

<i>№ опыта</i>	<i>N_1 (мм)</i>	<i>N_2 (мм)</i>	<i>$h = N_2 - N_1$ (мм)</i>	<i>d (мм)</i>	<i>n</i>
1					
2					
3					
4					
5					
<i>Среднее значение</i>					

2. Вычислить значения величины $h = N_2 - N_1$ для всех пяти опытов и записать их в табл. 2, найти среднее значение h .

3. Вычислить значение показателя преломления n по формуле

$$n = \frac{d}{h} \quad (7)$$

и записать в табл. 2.

Способ 3.

1. Найти и записать в табл. 3 среднеарифметическое значение толщины пластинки, полученное при третьем способе определения показателя преломления стекла.

Таблица 3

Измерение коэффициента преломления (способ 3)

<i>№ опыта</i>	<i>N_1 (мм)</i>	<i>N_2 (мм)</i>	<i>$h = N_2 - N_1$ (мм)</i>	<i>d (мм)</i>	<i>n</i>
1					
2					
3					
4					
5					
<i>Среднее значение</i>					

2. Вычислить значения $h = N_2 - N_1$ для всех пяти опытов и записать их в табл. 3. Найти среднее значение h .

3. Вычислить значение показателя преломления n по формуле

$$n = \frac{2d}{h}. \quad (8)$$

и записать его в табл. 3.

ВНИМАНИЕ! *Сорта стекол, из которых изготовлены стеклянные пластинки, могут быть различными, поэтому не надо находить среднеарифметическое значение n из значений показателей преломления, полученных первым, вторым и третьим способами.*

Отчет по работе составить в следующей последовательности: цель работы, краткая теория, приборы и принадлежности, таблицы измерений, подсчет погрешностей для показателя преломления n (для одного какого-нибудь способа), выводы по работе.

Контрольные вопросы

1. Какова физическая природа света?
2. Что называется относительным показателем преломления света в веществе (абсолютным)?
3. Какой физический смысл имеет абсолютный показатель преломления?
4. Как связан показатель преломления с электромагнитными коэффициентами диэлектрика?
5. От каких характеристик света зависит показатель преломления?
6. Какое явление лежит в основе метода определения показателя преломления стекла с помощью микроскопа?
7. Какое значение показателя преломления стекла можно получить этим методом?
8. Сформулируйте и запишите закон преломления света.
9. Что называется объективом (окуляром) микроскопа?
10. Какое изображение дает объектив (окуляр) микроскопа?

ИЗМЕРЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ С ПОМОЩЬЮ РЕФРАКТОМЕТРА (лабораторная работа № О-03)

Цель работы: 1) измерить с помощью рефрактометра показатели преломления ряда жидкостей относительно воздуха; 2) найти зависимость показателя преломления раствора от концентрации растворенного в нем вещества.

Приборы и принадлежности: 1) рефрактометр РПЛ-3, 2) набор жидкостей с различными показателями преломления; 3) растворы сахара с разными концентрациями; 4) пипетки и мягкая ткань для протирки призм рефрактометра.

Введение

Показатель преломления принадлежит к числу немногих физических констант, которые можно измерить с очень высокой точностью и малой затратой времени, располагая лишь небольшим количеством вещества. Для этого используются приборы – рефрактометры. Они позволяют определять показатель преломления с точностью до **0,01 %** и даже до **0,001 %** от измеряемой величины. Для этого требуется всего **(0,05–0,5) г** вещества, а вся процедура измерений сводится к отсчету по шкале прибора.

Один из первых рефрактометров был создан в середине 18 века. Ломоносов назвал его «квadrантом, придуманным для определения преломлений в химических телах». Термин «рефракция» был введен в науку в начале 18 века Ньютоном в его книге «Оптика».

В наше время рефрактометры являются обязательной принадлежностью многих исследовательских и производственных лабораторий. Рефрактометрические методы широко применяются в химической, нефтяной, фармацевтической, пищевой промышленности, в геологии, в сельском хозяйстве для контроля качества и зрелости плодов, овощей и семян. В биологических, химических и физических лабораториях рефрактометры применяются для исследования эфирных масел, жиров, крови, жидкого топлива, смазочных масел, стекол, различных растворов и т. д. Нет сомнения, что простота и доступность измерений в сочетании с высокой точностью позволят рефрактометрическим методам сохранить свое значение и в будущем.

Теория

Если луч света пересекает границу раздела двух прозрачных однородных сред 1 и 2 (рис. 1), то направление луча изменяется в соответствии с законом преломления Снеллиуса (1.1)

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = n_{21}, \quad (1)$$

где α – угол падения, β – угол преломления, n_{21} – относительный показатель преломления, т. е. показатель преломления второй среды 2 относительно первой среды 1.

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (2)$$

где n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления сред 1 и 2 соответственно, т. е. показатели преломления этих сред относительно вакуума.

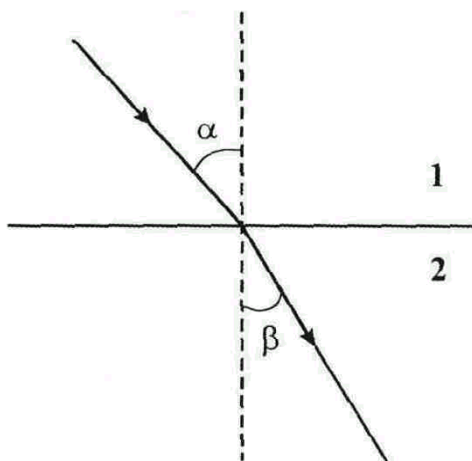


Рис. 1. К закону преломления

Волновая теория света устанавливает простую связь абсолютных показателей преломления с фазовыми скоростями распространения v_1 и v_2 световых волн в двух средах 1 и 2:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Если в качестве среды 1 взять вакуум ($v_1 = c$, $n_1 = 1$), то $n_2 = \frac{c}{v_2}$.

Опуская индексы, имеем

$$n = \frac{c}{v}. \quad (3)$$

Абсолютный показатель преломления показывает, во сколько раз скорость света в вакууме больше фазовой скорости света в веществе.

При рефрактометрических измерениях обычно определяют относительный показатель преломления вещества, т. е. показатель преломления вещества относительно воздуха в лабораторном помещении. Если требуется знать абсолютный показатель преломления вещества, то его находят по формуле

$$n_{абс.} = n_{возд.} \cdot n, \quad (4)$$

где $n_{абс.}$ – абсолютный показатель преломления воздуха ($n_{возд.} = 1,00029$ при температуре $t = 0$ °С, давлении $p = 760$ мм рт. ст. для длины волны $\lambda = 589,3$ нм), n – показатель преломления вещества, полученный при рефрактометрическом измерении при таких же t , p и λ .

Показатели преломления различны для разных длин волн. В нашей лаборатории все показатели преломления определяются для одной и той же длины волны.

Для разбавленных растворов, концентрации которых лежат в пределах от 0 до 30 %, справедливо уравнение

$$n(x) = n_0 + kx, \quad (5)$$

где n – показатель преломления раствора, n_0 – показатель преломления чистого растворителя, x – концентрация раствора, k – эмпирический коэффициент, называемый **инкрементом показателя преломления**.

Определив с помощью рефрактометра n и n_0 и зная x , можно найти **инкремент показателя преломления**.

В большинстве рефрактометров показатели преломления определяются методом предельного угла. В основе этого метода лежит явление полного внутреннего отражения, которое заключается в следующем.

Вещество, обладающее большим абсолютным показателем преломления по сравнению с другим веществом, называется оптически более плотным. На рис. 1 среда 2 является оптически более плотной, если $n_2 > n_1$.

Согласно закону преломления света (1) $\sin(\alpha) > \sin(\beta)$, так как

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} > 1 \text{ и, следовательно, } \alpha > \beta.$$

Световой луч, переходя из среды оптически менее плотной в среду оптически более плотную, приближается к нормали. Справедливо и обратное положение. А именно, световой луч, переходя из оптически более плотной среды в оптически менее плотную, удаляется от нормали. Пусть луч идет из среды 2 в среду 1, причем $n_2 > n_1$ (рис. 2). Тогда при каком-то угле падения $\varphi_n < 90^\circ$ угол преломления станет равным 90° и преломленный луч будет скользить по поверхности раздела двух сред.

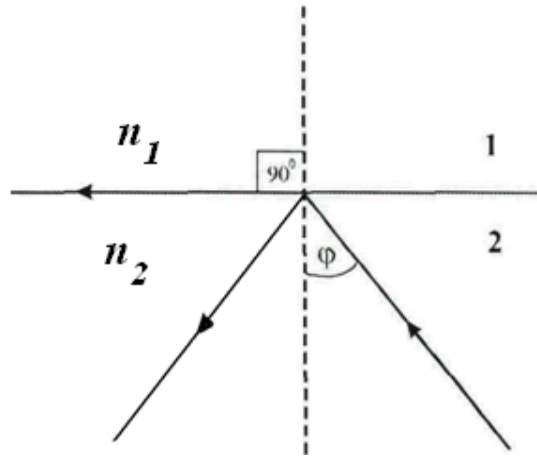


Рис. 2. Отражение и преломление светового луча в случае предельного угла падения

При этом угол $\varphi_{\text{п}}$ называется **предельным углом полного отражения**. Угол $\varphi_{\text{п}}$ можно найти, используя закон преломления (1), из которого следует:

$$\sin(\varphi_{\text{п}}) = \frac{n_1}{n_2}. \quad (6)$$

Все лучи, падающие из среды 2 на границу раздела под углами больше $\varphi_{\text{п}}$, полностью отражаются от границы раздела и не проходят в среду 1. Это явление называется полным внутренним отражением света. Оно наблюдается только при переходе света из более плотной в оптически менее плотную среду.

Ход лучей обладает свойством обратимости: если луч направить по границе раздела сред, то он преломится под углом $\varphi_{\text{п}}$. Это и используется в рефрактометре.

Метод предельного угла заключается в следующем. Берется измерительная призма из стекла с точно известным показателем преломления N . Эта призма является существенной деталью рефрактометра. Одна из граней этой призмы (входная грань) приводится в контакт с телом, показатель преломления n которого требуется измерить (рис. 3). Причем необходимо, чтобы выполнялось неравенство $n < N$. Входная грань служит границей раздела двух сред с показателями преломления n и N . Ход лучей показан на рис. 3. Луч скользит по границе раздела, преломляется в измерительную призму под углом $\varphi_{\text{п}}$, падает на выходную грань под углом α и выходит из измерительной призмы через выходную грань под углом β . Угол A между входной и выходной гранями называется преломляющим углом призмы. Выходящие лучи наблюдаются в зрительную трубу. Поле зрения трубы оказывается разделенным на освещен-

ную и темную части, граница между которыми соответствует лучу, входящему в измерительную призму под предельным углом φ_n . Методом предельного угла измеряется не непосредственно угол φ_n , а угол β между лучом, вышедшим из призмы к выходной грани. Получим соотношение между β и n . На входной грани при наличии полного внутреннего отражения

$$\sin(\varphi_n) = \frac{n}{n_{np}}, \quad (7)$$

где n – показатель преломления вещества; n_{np} – показатель преломления призмы. На выходной грани

$$\sin(\beta) = n_{np} \cdot \sin(\alpha), \quad (8)$$

причем $\varphi_n = A \pm \alpha$.



Рис. 3. К методу предельного угла

Знак (+) соответствует случаю, когда световой луч идет так, как показано на рис. 3, а знак (–) – когда преломленный луч располагается по другую сторону от нормали.

Исключая углы φ_n и α из (7) и (8), получим:

$$n = \sin(A) \sqrt{n_{np}^2 - \sin^2(\beta)} \pm \cos(A) \sin(\beta). \quad (9)$$

По этой формуле рассчитываются шкалы рефрактометров.

Рефрактометр – не универсальный прибор, он пригоден для измерения показателей преломления только в определенных пределах. Верхний предел определяется неравенством $n < N$, т. е. измеряемый показатель преломления n должен быть меньше показателя преломления N измерительной призмы. Нижний предел зависит от конструкции прибора (преломляющего угла A , размеров призмы и т. п.).

Схема эксперимента

В данной работе используется рефрактометр РПЛ-3, предназначенный для измерения показателя преломления жидкостей. Измерительная призма неподвижна и сделана из тяжелого крона ($n = 1,5724$), показатели преломления можно измерять в пределах от 1,300 до 1,540 с точностью 0,001 %. Кроме измерительной призмы 1, в приборе имеется подвижная осветительная призма 2 (рис. 4). Две-три капли исследуемой жидкости помещаются на входную грань измерительной призмы и прижимаются вспомогательной осветительной призмой так, что между гранями обеих призм остается очень тонкий (толщиной $(0,1 \div 0,2)$ мм) слой 3 исследуемой жидкости (рис. 4). Направленный перпендикулярно на осветительную призму световой луч проходит в исследуемую жидкость, преломляется на границе её с измерительной призмой, затем преломляется на границе с воздухом и попадает в зрительную трубу. При таком способе освещения, как видно из рис. 4, нельзя получить лучи, строго скользящие по входной грани измерительной призмы. Однако так как слой жидкости очень тонок, то наблюдаемый в такой системе граничный луч в требуемых пределах точности соответствует предельному лучу полного внутреннего отражения. Измерительная и осветительная призмы вмонтированы в металлические камеры, которые соединены шарниром и вместе образуют призмный блок – важнейшую деталь рефрактометра. Камера осветительной призмы имеет окно, через которое лучи света проходят в призмный блок. На рис. 5 показан внешний вид рефрактометра: 1 – окуляр; 2 – призмный блок; 3 – зеркало (в нашей лаборатории зеркало заменено осветительной лампочкой); 4 – рукоятка; 5 – маховик компенсатора.

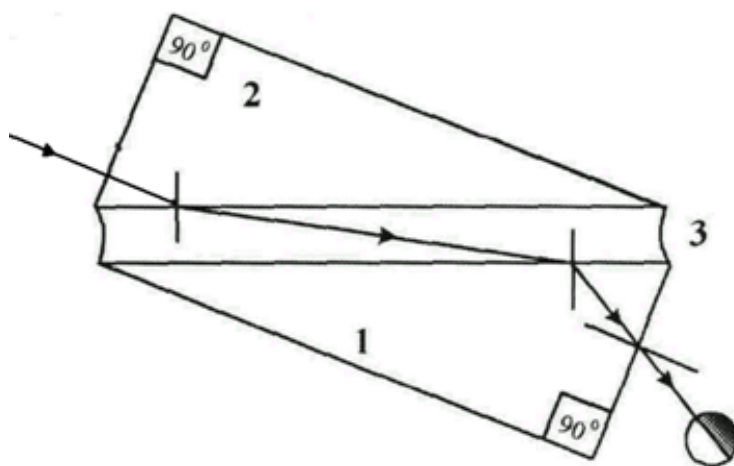


Рис. 4. Ход лучей в рефрактометре

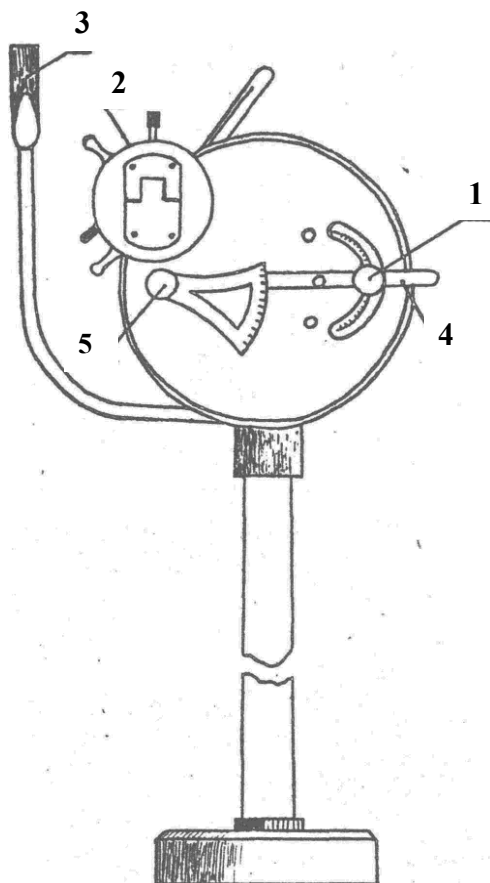


Рис. 5. Внешний вид рефрактометра

При наблюдении полного внутреннего отражения в белом свете вследствие дисперсии вместо резкой границы светотени мы видим в окуляр размытую радужную полоску. Её можно устранить с помощью компенсатора дисперсии, устанавливаемого перед объективом зрительной трубы. В данной работе все показатели преломления определяются для одной и той же длины волны, поэтому компенсатором не пользуются. Объектив визирного устройства помещается внутри корпуса, а окуляр располагается снаружи. При помощи рукоятки 4 окуляр вместе с объективом может передвигаться вдоль продолговатой прорези в передней крышке корпуса. В прорези укреплена шкала показателей преломления n , цена деления шкалы **0,001**. Справа от этой шкалы располагается дополнительная шкала с делениями от **0** до **95 %**, дающая процент содержания сахара в водных растворах. Если осветить окно призмного блока, то в поле зрения окуляра видны одновременно граничная линия, разделяющая темное и светлое поля, деления обеих шкал и три визирных штриха (три черточки, параллельные границе раздела). Визирные штрихи надо совместить с граничной линией и произвести отсчет делений по требуемой шкале.

Порядок выполнения работы

1. Измерение показателей преломления жидкостей

1. Включить осветительную лампочку и установить её так, чтобы свет от нее падал перпендикулярно на окно призмного блока.
2. Вращая окуляр, добиться резкого изображения шкал и визирных штрихов.
3. Отвести осветительную призму вверх, нанести пипеткой на измерительную призму 2–3 капли исследуемой жидкости и быстро закрыть блок.
4. **ВНИМАНИЕ! Нельзя касаться пипеткой поверхности призмы, чтобы не оставить на ней царапин.**
5. Совместить визирные штрихи с граничной линией, разделяющей светлую и темную части поля зрения. Записать деление шкалы показателей преломления, совпадающее с визирным штрихом. Оно дает значение показателя преломления исследуемой жидкости. Опыт повторить три раза.
6. Отвести вверх осветительную призму, капнуть пипеткой 2–3 капли дистиллированной воды на измерительную призму, закрыть блок, открыть снова, протереть призмы мягкой тканью.
7. Аналогично измерить показатель преломления другой жидкости и т. д.

2. Измерение инкремента показателя преломления раствора сахара

1. Измерить показатель преломления n_0 дистиллированной воды. Измерения проводятся так же, как в первой части работы.
2. Измерить показатель преломления n раствора, имеющего концентрацию сахара $x = 10\%$, 15% , 20% . Каждое измерение повторить три раза.

Обработка результатов измерений

1. Занести значения измеренных показателей преломления жидкостей в табл. 1.

Таблица 1

Измерение показателей преломления жидкостей

Исследуемая жидкость	n_1	n_2	n_3	$n_{\text{ср}}$
1)				
2)				
3)				

2. Занести в табл. 2 показатели преломления растворов сахара.

3. Построить график зависимости показателя преломления n от концентрации раствора x . График лучше строить на миллиметровой бумаге. По оси абсцисс отложить значения x , а по оси ординат – значения n . На ось ординат надо также нанести значение показателя преломления n_0 дистиллированной воды. Через полученные точки провести прямую.

4. Найти из графика (рис. 6) значение **инкремента показателя преломления раствора сахара** k , равное тангенсу угла наклона, полученной линейной зависимости

$$k = \operatorname{tg} \gamma = \frac{BC}{AC}.$$

Таблица 2

Измерение показателя преломления раствора сахара

Концентрация раствора	n_1	n_2	n_3	$n_{\text{ср}}$
10 %				
15 %				
20 %				

5. Записать аналитическую зависимость n от x , используя формулу (5) и подставив вместо k и n_0 найденные значения.

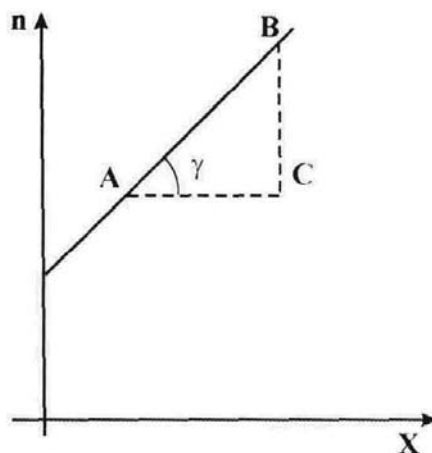


Рис. 6. Определение инкремента показателя преломления сахара

6. Отчет по работе составить в следующей последовательности: цель работы, краткая теория, принцип действия рефрактометра, приборы и принадлежности, порядок выполнения эксперимента, таблицы, расчет погрешности измерений.

Контрольные вопросы

1. Что называется относительным и абсолютным показателями преломления?
2. Какой физический смысл имеет абсолютный показатель преломления?
3. Какая среда называется оптически более (менее) плотной?
4. Какие приборы называются рефрактометрами? Что такое рефракция?
5. Какое оптическое явление лежит в основе работы рефрактометра?
6. При каких условиях наблюдается явление полного отражения?
7. В чем заключается метод предельного угла?
8. Как устроен рефрактометр РПЛ, предназначенный для измерения показателей преломления жидкостей? Какова точность рефрактометров?
9. Чем ограничен верхний (нижний) предел измеряемого рефрактометром показателя преломления?
10. Какую роль играет компенсатор?

ИЗМЕРЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ СТЕКЛЯННОЙ ПРИЗМЫ ОТ ДЛИНЫ ВОЛНЫ СВЕТА (лабораторная работа № О-04)

Цель работы: 1) измерить методом наименьшего угла показатель преломления стеклянной призмы для длин волн видимого спектра паров ртути; 2) построить и провести анализ кривой дисперсии показателя преломления.

Приборы и принадлежности: 1) стеклянная призма; 2) спектрометр-гонометр; 3) ртутная лампа.

Введение

Если пропустить луч белого света через призму, помещенную в воздух или в вакуум, то на экране, установленном за призмой, наблюдается спектр. Изучение этого спектра привело И. Ньютона (1672) к открытию явления дисперсии света. **Дисперсией света** называется зависимость фазовой скорости света в веществе от длины волны λ или частоты ν света. Причиной дисперсии света является зависимость (дисперсия) показателя преломления света в веществе от длины волны λ или частоты ν света. Дисперсия света характерна для всех веществ.

В прозрачных материалах, применяемых в оптических приборах, дисперсия света имеет большое значение при расчёте спектральных приборов, ахроматических линз или призм для уничтожения дисперсии света, вызывающей хроматическую аберрацию, и др.

Существует два вида дисперсии показателя преломления. Если показатель преломления с ростом длины волны убывает, такая дисперсия считается **нормальной**. Если растёт, дисперсия называется **аномальной**.

Данная работа связана с анализом нормальной дисперсии показателя преломления света в стеклянной призме.

Классическая теория дисперсии света в диэлектрике

Из решения волнового уравнения для электромагнитных волн в диэлектрике, вытекающего из уравнений Максвелла, следует, что абсолютный показатель преломления среды равен:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu}, \quad (1)$$

где v – скорость света в диэлектрике, c – скорость света в вакууме, ϵ , μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости диэлектрика.

Согласно электродинамике, диэлектрическая проницаемость описывает поляризацию вещества под действием электрического поля и связана с вектором электрической индукции формулой

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P}, \quad (2)$$

где \vec{E} – вектор напряженности электрического поля, \vec{P} – вектор поляризации вещества. Из формулы (2) для диэлектрической проницаемости следует:

$$\epsilon = 1 + \frac{\vec{P}\vec{E}}{\epsilon_0 E^2}. \quad (3)$$

Под действием светового вектора переменного электрического поля $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t)$ электронные оболочки частиц вещества (атомов, молекул) совершают вынужденные колебания с частотой вынуждающей силы, уравнение которых в общем случае имеет следующий вид:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 \cos(\omega t + \varphi), \quad (4)$$

где \vec{r} – отклонение оболочки от положения равновесия. Согласно теории вынужденных колебаний, амплитуда \vec{r}_0 является функцией частоты света ω и собственной частоты колебаний оболочки ω_0 .

$$\vec{r}_0 = \frac{q\vec{E}_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 b^2}}, \quad (5)$$

где q и m – заряд и масса электронной оболочки; b – коэффициент затухания, связанный с наличием взаимодействия оболочки с окружающей средой. Сдвиг фаз между колебаниями светового вектора и электронной оболочки равняется:

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{2b\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (6)$$

Следует отметить, что согласно формуле (6) в области резонанса при переходе частоты света через собственную частоту колебаний оболочки разность фаз скачком изменяется на π .

В приближении невзаимодействующих частиц с учетом (4) вектор поляризации диэлектрика равняется:

$$\vec{P} = qN\vec{r} = qN\vec{r}_0 \cos(\omega t + \varphi) = \vec{P}_0 \cos(\omega t + \varphi), \quad (7)$$

где N – концентрация частиц вещества. Подставляя формулу (7) в формулу (3), с учетом формулы (5) для диэлектрической проницаемости получаем:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\infty} + \frac{P_0 \cos(\omega t + \varphi)}{\varepsilon_0 E_0 \cos(\omega t)}, \quad (8)$$

где в качестве первого слагаемого вместо единицы стоит значение высокочастотной диэлектрической проницаемости ε_{∞} , учитывающей наличие других видов поляризации вещества. Усредняя правую часть выражения (8) по периоду колебаний светового вектора, с учетом зависимости угла φ от частоты света (6) и амплитуды вектора поляризации (5), для зависимости диэлектрической проницаемости от частоты света получаем:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\infty} + \frac{q^2 N (\omega_0^2 - \omega^2)}{\varepsilon_0 m \left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2 \omega^2 \right]}. \quad (9)$$

Зависимость показателя преломления от частоты света в немагнитных диэлектриках ($\mu \approx 1$), определяемая формулами (1), (9), показана на рис. 1.

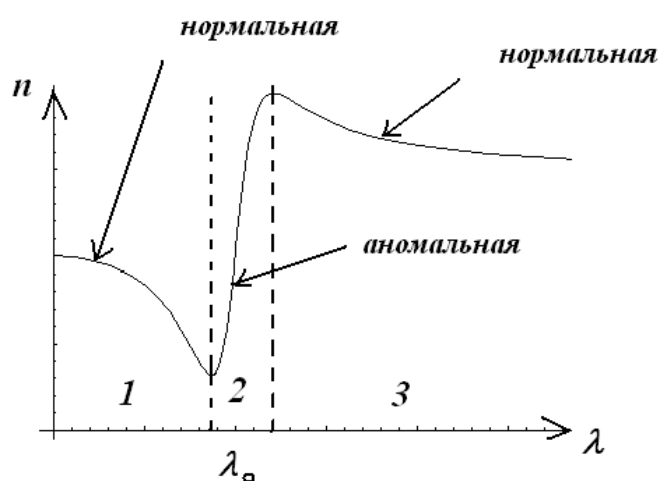


Рис. 1. Дисперсия показателя преломления диэлектрика в области резонанса

На этом рисунке в областях 1 и 3 показатель преломления с ростом длины волны λ уменьшается ($\frac{\partial n}{\partial \lambda} < 0$), что соответствует нормальной дисперсии показателя преломления. При этом с ростом частоты (уменьшением длины волны) фазовая скорость света убывает, что соответствует **нормальной дисперсии света**. В области 2 с ростом длины волны λ показатель

преломления увеличивается ($\frac{\partial n}{\partial \lambda} > 0$). Эта дисперсия показателя преломления называется аномальной. При этом фазовая скорость света с ростом частоты (уменьшением длины волны) увеличивается, что соответствует **аномальной дисперсии света**. В области нормальной дисперсии, где частота света существенно отличается от собственной частоты колебания электронной оболочки, за счет наличия трения ($b \neq 0$) происходит поглощение света, которое называется вынужденным. В области аномальной дисперсии, где частота света близка к собственной, что приводит к явлению резонанса, поглощение света называется собственным.

Измерение показателя преломления призмы

Для измерения показателя преломления призмы используется **метод наименьшего угла**. Согласно этому методу показатель преломления рассчитывается с помощью измерений преломляющего угла призмы A и наименьшего угла отклонения луча света δ_{\min} (рис. 2).

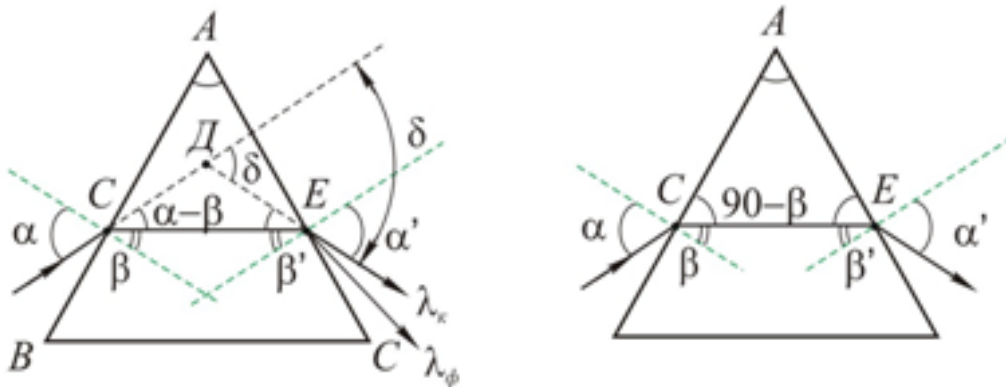


Рис. 2. Метод наименьшего угла

Измерения угла A

Направим свет от источника с парами ртути на стеклянную призму с преломляющим углом A (рис. 2). При симметричном ходе лучей через призму, когда отрезки AC и AE равны, углы $\alpha = \alpha'$ и $\beta = \beta'$, что следует из закона преломления света:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21},$$

где n_2 – абсолютный показатель преломления призмы; n_1 – абсолютный показатель преломления среды, в которой находится призма; n_{21} – относительный показатель преломления второй среды по отношению к первой.

Из треугольника CDE для симметричного хода лучей следует:

$$\alpha - 2\beta - \delta = 0.$$

Из треугольника CAE следует $A = 2\beta$. Решая совместно эти два уравнения, получаем:

$$\delta = 2\alpha - A.$$

Следовательно,

$$\sin(\alpha) = \sin\left(\frac{A + \delta}{2}\right); \sin(\beta) = \sin\left(\frac{A}{2}\right). \quad (10)$$

В случае симметричного хода лучей $\delta = \delta_{\min}$ и призма дает наименьшее искажение проходящих через нее лучей.

С учетом закона преломления и формул (10) для абсолютного показателя преломления получаем конечную расчетную формулу

$$n_{21} = \frac{\sin\left(\frac{A + \delta_{\min}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}. \quad (11)$$

Углы A и δ_{\min} можно измерить на опыте. Это позволит измерить зависимость показателя преломления призмы от длины световой волны. При освещении призмы белым светом большее отклонение наблюдается для λ_{ϕ} – длины волны фиолетового света. Измерение углов A и δ_{\min} производится с помощью гониометра.

Описание экспериментальной установки

Общий вид лабораторной установки приведен на рис. 3. Данный прибор используется для исследования спектров, определения угла наименьшего отклонения и показателя преломления призм. Его также можно использовать в качестве дифракционного спектрометра.

Спектрометр-гониометр состоит из следующих основных компонентов: коллиматорной трубки (1), окулярной трубки (2), призмного столика (3) и дисковой шкалы (5).

Коллиматорная трубка жестко укреплена на треножном основании (20), в то время как дисковая шкала, призмный столик и окулярная трубка могут поворачиваться независимо вокруг оси основания. Коллиматорная трубка имеет щель (8) на свободном конце, который обращен в сторону, противоположную призмному столику. Ширина и высота щели могут регулироваться при помощи винта регулировки ширины щели (9) и подвижной заслонки. Ослабив регулировочный винт колли-

матора (10), можно передвигать трубку, на которой установлена щель, вдоль коллиматорной трубки, изменяя длину коллиматора. Линза установлена на другом конце коллиматорной трубки (фокусное расстояние коллиматорной линзы равно 160 мм). Расстояние между линзой и щелью можно регулировать. Регулировка высоты коллиматорной трубки относительно призмного столика осуществляется винтом (15).

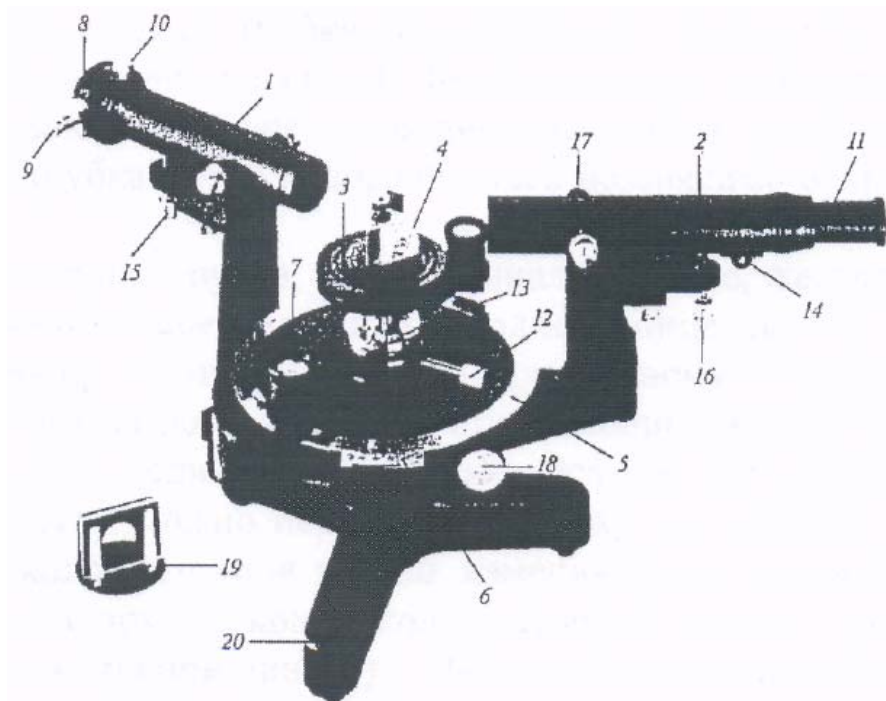


Рис. 3. Общий вид лабораторной установки

Горизонтальное положение призмного столика (3) регулируется при помощи регулировочных винтов (13). Призма из оптического стекла, которая идет в комплекте с прибором, должна помещаться на призмном столике в призмодержателе (4). Все остальные призмы размещаются на призмном столике без призмодержателя. Призмный столик фиксируется в определенном положении при помощи юстировочного винта.

Окулярная трубка имеет три точки крепления. При установке трубки необходимо, чтобы боковые точки крепления (17) вошли в углубления на стенках трубки. Окулярная трубка установлена на консоли, которая вращается вокруг оси основания и может фиксироваться в определенных положениях при помощи бокового регулировочного винта (14). С одного конца трубки, направленного к призмному столику, находится линза с фокусным расстоянием 160 мм, а на другом конце – регулируемое смотровое окошко со встроенной шкалой и делениями от 0 до 100 (11). Высота окулярной трубки относительно призмного столика регулируется винтом (16). После фиксации оку-

лярной трубки в надлежащем положении можно выполнять тонкую регулировку окулярной трубки при помощи юстировочного винта (18). Верньер, предназначенный для измерений угла на дисковой шкале с точностью до минуты, крепится на окулярной трубке (6). Увеличительное стекло (7) облегчает чтение данных измерений.

Диск (5) проградуирован от 0° до 360° и может вращаться вокруг оси основания прибора. Он может быть зафиксирован в любом положении при помощи стопорного винта (12). Призму с призмодержателем (4) можно заменить на оправу для решетки Роуланда (19).

Юстировка

Чтобы обеспечить точность измерений при помощи спектрометра-гонометра, необходимо выполнить юстировку прибора при строгом соблюдении всех необходимых инструкций. Щель и шкала смотрового стекла должны находиться в фокальных плоскостях соответствующих линз (обеспечивающих телескопический ход луча). Кроме того, щель и отражающая кромка призмы должны располагаться параллельно оси вращения.

1. Юстировка окулярной трубки

Для выполнения юстировки окулярной трубки необходимо направить горизонтально расположенную окулярную трубку на удаленный объект. Сначала отрегулируйте смотровое стекло в окулярной трубке (11), чтобы встроенная шкала была расположена в фокальной плоскости. Затем отрегулируйте окулярную трубку при помощи регулировочного винта (14), пока удаленный объект – просматриваемый на шкале – не окажется в фокальной плоскости.

2. Юстировка коллиматорной трубки

Не меняя положения смотрового стекла, поворачивайте окулярную трубку вокруг оси горизонтально расположенной коллиматорной трубки так, чтобы центр изображения щели совпал с центральной точкой шкалы (50). Ослабьте регулировочный винт (10) и перемещайте трубку со щелью, пока изображение щели не окажется в фокальной плоскости, затем поверните коллиматорную трубку для совмещения со щелью по вертикали. При повторном затягивании юстировочного винта (10) убедитесь, что положение щели не изменилось.

3. Установка и регулировка положения призмы

Сначала приподнимите призмный столик (3) при помощи регулировочных винтов (13) для обеспечения соосности коллиматорной трубки и окулярной трубки и настройки их положения параллельно

дисковой шкале (5). Затем поместите призму с призмодержателем на призмный столик, чтобы ось вращения проходила через биссектрису угла отражения, а луч света из коллиматора полностью ложился на отражающую поверхность призмы. Теперь закрепите призмный столик. Чтобы расположить отражающую кромку призмы точно параллельно оси вращения по отношению к щели, необходимо выполнить следующее: освещая щель, вращайте окулярную трубку вокруг призмного столика, чтобы луч света, отраженный от передней грани AC призмы входил в окулярную трубку.

При помощи регулировочных винтов (13) отрегулируйте положение призмного столика, чтобы центр изображения щели совпал с центральной точкой шкалы (50). Зафиксируйте окулярную трубку в этом положении. Затем, не смещая призму, поворачивайте призмный столик, пока луч света, отраженный от другой стороны призмы BC , не попадет в окулярную трубку. Отрегулируйте снова, как и на предыдущем шаге, регулировочные винты положения призмного столика (13). Повторяйте эти юстировочные действия попеременно, пока дальнейших корректировок не потребуется. Теперь отражающая сторона призмы расположена параллельно оси вращения.

Определение угла преломления призмы

Пусть на призму перпендикулярно ее матовой поверхности падает параллельный пучок лучей (рис. 4). Луч 1 отражается от левой грани призмы, луч 2 – от правой. Сумма углов в точке D составляет 360° , т. е.

$$4\alpha + \gamma = 360^\circ.$$

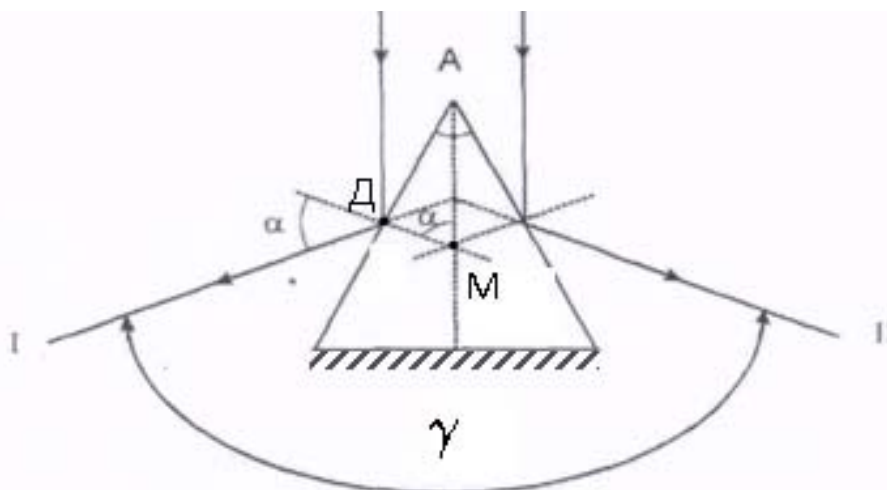


Рис. 4. Расположение призмы на столике гониометра при определении преломляющего угла

Из треугольника ADM определим угол

$$\alpha = 90^\circ - \frac{A}{2}.$$

Исключая из этих двух уравнений угол α , для угла преломления призмы получаем:

$$A = \frac{\gamma}{2}.$$

Таким образом, для определения преломляющего угла A следует измерить угол поворота оси трубы γ , когда в трубу попадает луч, отраженный от левой грани, и луч, отраженный от правой грани.

Определение угла наименьшего отклонения

Поверните столик гониометра так, чтобы в поле зрения трубы появился линейчатый спектр (рис. 5).

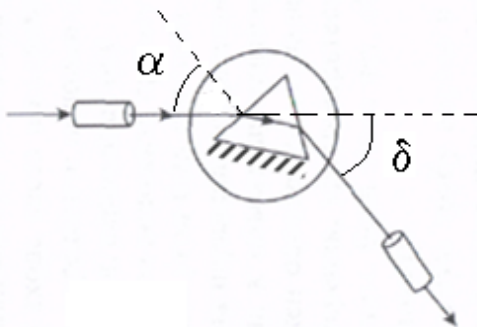


Рис. 5. Расположение призмы на столике гониометра при определении угла наименьшего отклонения

Наблюдая за спектром через окуляр зрительной трубы, медленно вращайте столик с призмой так, чтобы угол падения α уменьшался. При этом уменьшается и угол δ .

Сосредоточьте свое внимание на яркой красной линии, уловите момент, когда изображение линии останавливается в поле зрения и начинает двигаться в противоположную сторону. Это соответствует тому, что угол отклонения δ достиг своего минимального значения для λ_k и начинает увеличиваться.

В момент остановки красной линии спектра прекратите вращать столик, совместите вертикальную нить зрительной трубы с этой линией и сделайте отсчет угла φ для выбранной линии. Пользуйтесь малой шкалой (нониусом), расположенной ближе к вам. Сделайте все то же самое для всех линий спектра.

Если эти измерения выполнены для правой грани призмы, проведите их и для левой, сделайте отсчет φ'' .

Угол наименьшего отклонения для каждой линии будет равен:

$$\delta_{\min} = \frac{\varphi' - \varphi''}{2}.$$

Порядок выполнения работы

1. Перед щелью коллиматора поместите источник света (ртутную лампу). Ширина щели на входе света в коллиматор должна быть достаточно узкой, так точнее определите положения линий. Резкого изображения щели можно добиться, перемещая окуляр зрительной трубы.

2. На столик гониометра положите призму её треугольной гранью так, чтобы преломляющий угол был обращён к коллиматору (рис. 4), а матовая грань была параллельной плоскости выходного отверстия коллиматора и обращена к объективу зрительной трубы. Выходящий из трубы пучок света должен одновременно падать на обе грани призмы. Прежде чем делать измерения, удостоверьтесь, что изображение щели есть с обеих сторон призмы. Если этого нет, обратитесь к преподавателю, он отъюстирует гониометр.

3. Поверните зрительную трубу вправо в такое положение, чтобы лучи, отраженные от правой грани, попали в трубу и в поле зрения трубы дали изображение щели. Совместите вертикальную нить зрительной трубы с изображением щели. Снимите отсчет по лимбу и нониусу. Показание запишите в табл. 1. Цена деления малой шкалы (нониуса) равна 1' (одной минуте, или 1/60 градуса = 0,0166°; 0,5° = 30').

Проделайте то же самое для лучей, отраженных от левой грани. Результат измерений запишите в табл. 1.

Угол γ определите как разность отсчетов. Пользуйтесь нониусом с линзой, расположенной ближе к вам.

Таблица 1

Измерение угла преломления призмы

№ отсчета	Отсчёт по лимбу и нониусу		γ	γ среднее	$A = \frac{\gamma}{2}$
	Правая грань	Левая грань			
1					
2					
3					

4. Найдите спектр (рис. 5). Определите углы наименьшего отклонения для всех спектральных линий, для левой (Л) и правой (П) граней призмы. Данные занесите в табл. 2.

5. На основании данных табл. 1 и 2 вычислите показатели преломления вещества по формуле (11) для всех наблюдаемых длин волн.

Таблица 2

Измерение минимального угла преломления

№ отсчет	Цвет линий паров ртути	Яркость линий	λ нм	Отсчеты по лимбу и нониусу		$\varphi' - \varphi''$	$\delta_{\min} = \frac{\varphi' - \varphi''}{2}$	n
				Л	П			
1.	Красная (тонкая)	слабая	671,6					
2.	Красная	яркая	623,4					
3.	Оранжевая (две тонкие)	слабая	612,3 607,3					
4.	Желтая (дублет)	яркая	579,0 576,9					
5.	Желто-зеленая	яркая	546,9					
6.	Зеленая (тонкая)	яркая	491,6					
7.	Голубая	яркая	435,9					
8.	Фиолетовая (две)	яркая	407,7 404,6					

6. Постройте график зависимости показателя преломления от длины волны $n = f(\lambda)$.

7. Из полученного графика сделайте выводы по характеру и виду дисперсии (нормальная, аномальная) показателя преломления.

8. Для одной из длин волн определите погрешность измерения показателя преломления.

Контрольные вопросы

1. Какое свойство света называется дисперсией?
2. Какой физический смысл имеет показатель преломления света?
3. Что называется кривой дисперсии показателя преломления света в веществе?
4. Какова природа дисперсии света в веществе?
5. Какая дисперсия показателя преломления называется нормальной (аномальной)?
6. Какой области спектра поглощения света в веществе соответствует аномальная (нормальная) дисперсия?
7. Устройство гониометра и его функции.
8. Как определить точность кругового нониуса гониометра?
9. Как определить преломляющий угол призмы?
10. Что называют углом наименьшего отклонения и как его определить на опыте?

ИЗУЧЕНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА

(лабораторная работа № О-26)

Цель работы: изучить поляризацию света при отражении, найти угол Брюстера и показатель преломления стекла; установить зависимость интенсивности прошедшего поляризованного света от угла между плоскостью колебаний светового вектора и плоскостью поляризатора; проверить соответствие этой зависимости закону Малюса.

Приборы и принадлежности: оптическая скамья, полупроводниковый лазер, лампа накаливания, поляризатор, образец (черное зеркало), гониометр, фотоприемник, микроамперметр.

Введение

Если создать с помощью ускоренного движения зарядов переменное электрическое поле, в окружающем пространстве возникнет последовательность взаимных превращений электрического и магнитного полей, распространяющихся от точки к точке. Этот процесс представляет собой волну. Электромагнитные волны *поперечны* – векторы напряженности электрического поля \vec{E} и магнитного поля \vec{H} перпендикулярны друг другу и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны (рис. 1).

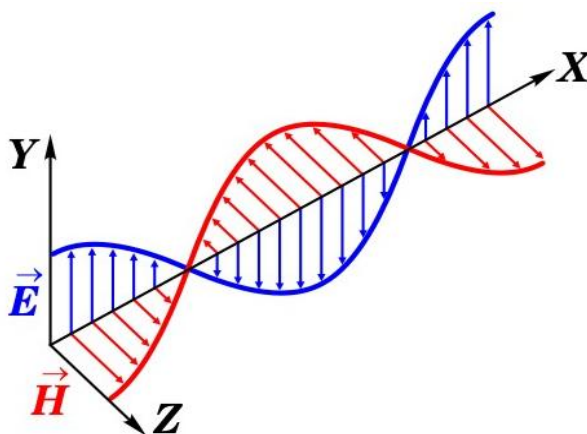


Рис. 1. Взаимное расположение векторов напряженности электрического и магнитного полей плоской электромагнитной волны

Во всех оптических явлениях свет представляет собой электромагнитные волны. Практически все действия света вызываются вектором

\vec{E} . Поэтому его называют световым вектором, а \vec{H} в оптических явлениях не рассматривают. В естественном свете колебания вектора \vec{E} происходят беспорядочно в произвольных направлениях, перпендикулярных лучу (рис. 2). Волну, в которой колебания светового вектора \vec{E} каким-либо образом упорядочены, называют поляризованной волной.

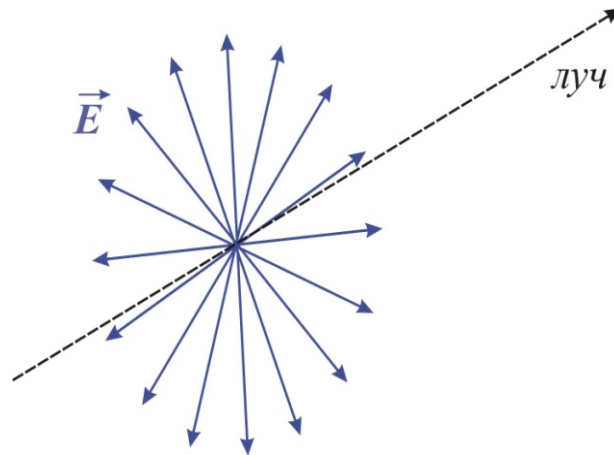


Рис. 2. Равновероятное положение светового вектора относительно луча неполяризованного света

Если колебания вектора \vec{E} происходят только в одной плоскости, проходящей через луч, то волна называется линейно- или плоскополяризованной. Плоскость, в которой вектор \vec{E} колеблется, называется плоскостью поляризации. Из естественного света можно получить плоскополяризованный с помощью приборов-поляризаторов. Они свободно пропускают колебания, параллельные некоторой плоскости (плоскость пропускания поляризатора), и задерживают частично или полностью перпендикулярные ей колебания (рис. 3).

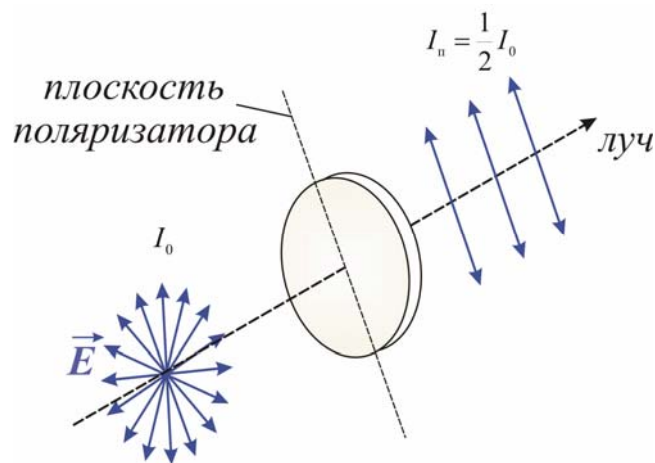


Рис. 3. Прохождение естественного света через поляризатор

Для анализа поляризованного света используют поляризаторы, которые в этом случае называют *анализаторами*. Поворачивая анализатор, можно определить, в какой плоскости поляризован свет, падающий на него.

Теория

Пусть на анализатор падает плоскополяризованный свет амплитуды E_0 и интенсивности I_{\parallel} (рис. 4). Сквозь прибор пройдет составляющая колебаний с амплитудой $E = E_0 \cos \varphi$, где φ – угол между плоскостью колебаний падающего света и плоскостью поляризатора. Следовательно, интенсивность прошедшего света I определяется выражением

$$I = I_{\parallel} \cos^2 \varphi \quad (1)$$

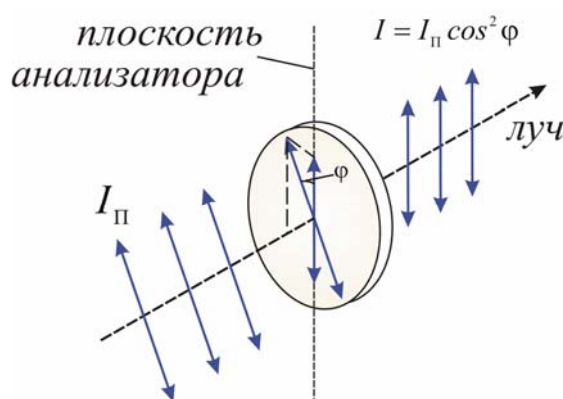


Рис. 4. Прохождение плоскополяризованного света через анализатор



Этьен Луи Малюс (1775–1812)
французский инженер,
физик и математик.

Соотношение (1) носит название закона Малюса³⁰, из которого видно, что при вращении поляризатора вокруг направления плоскополяризованного луча интенсивность прошедшего света пропорциональна $\cos^2 \varphi$.

Если на анализатор падает естественный свет (где все значения φ равновероятны), доля света, прошедшего через поляризатор, будет равна среднему значению $\cos^2 \varphi$, т. е. $\frac{1}{2}$.

Обычно поляризатор не является идеальным, и задерживает перпендикулярные к его плоскости колебания только частично. В этом случае на выходе из

³⁰ Установлен французским физиком Э.Л. Малюсом (E.L. Malus) в 1810 г.

поляризатора получается частично поляризованный свет, в котором колебания одного направления преобладают над колебаниями других направлений. Такой свет можно рассматривать как смесь естественного и плоскополяризованного. Для его характеристики используют величину *степень поляризации P*:

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \cdot 100\%, \quad (2)$$

где I_{min} и I_{max} – минимальное и максимальное значения интенсивности света на выходе из поляризатора при вращении его вокруг направления частично поляризованного луча.

Другой способ получения поляризованного света – поляризация при отражении. Пусть световой луч падает на границу раздела двух диэлектриков (например, на стеклянную пластину) под некоторым углом α (рис. 5, а) и преломляется под углом β . Отраженный и преломленный лучи частично поляризуются. В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные к плоскости падения; в преломленном – параллельные плоскости падения.

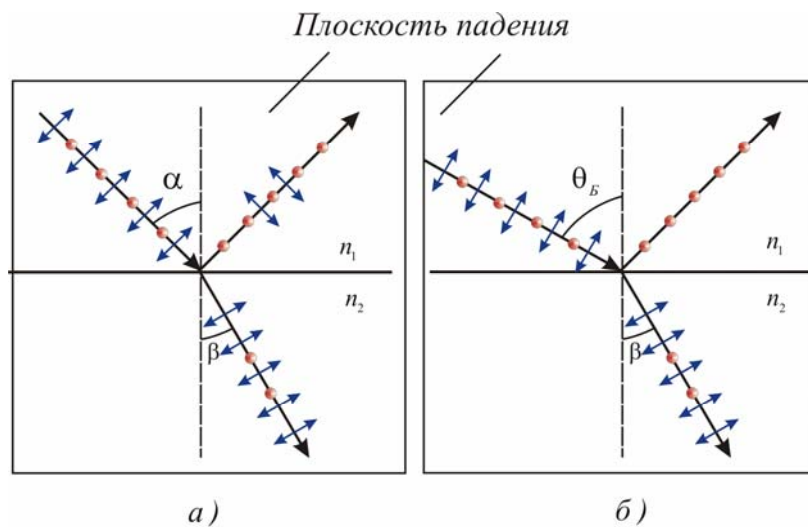


Рис. 5. Поляризация света при отражении и преломлении:
 \updownarrow – колебания светового вектора, параллельные плоскости падения,
 \odot – колебания, перпендикулярные плоскости падения.

Соотношения между амплитудами колебаний, перпендикулярных (E_{\perp}) и параллельных (E_{\parallel}) плоскости падения, в отраженном и преломленном лучах можно получить из уравнений Максвелла с учетом граничных условий. Эти соотношения называются формулами Френеля:

$$E_{\perp}^{отр} = -E_{\perp}^{пад} \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}, \quad (3)$$

$$E_{\perp}^{nрел} = E_{\perp}^{nad} \frac{2\sin\beta \cos\alpha}{\sin(\alpha + \beta)}, \quad (4)$$

$$E_{\parallel}^{omp} = E_{\parallel}^{nad} \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)}, \quad (5)$$

$$E_{\parallel}^{nрел} = E_{\parallel}^{nad} \frac{2\sin\beta \cos\alpha}{\sin(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta)}, \quad (6)$$

где E_{\perp}^{nad} , E_{\perp}^{omp} , $E_{\perp}^{nрел}$ – амплитуды составляющей светового вектора, перпендикулярной к плоскости падения, соответственно, в падающем, отраженном и преломленном лучах; E_{\parallel}^{nad} , E_{\parallel}^{omp} , $E_{\parallel}^{nрел}$ – аналогичные величины для составляющей, параллельной плоскости падения. Из формулы (5) следует, что если при некотором угле падения сумма углов $\alpha + \beta = \pi/2$, то амплитуда колебаний E_{\parallel}^{omp} , параллельных плоскости падения, для отраженного луча обращается в нуль. Отраженный луч оказывается полностью поляризованным и содержит только колебания E_{\perp}^{omp} , перпендикулярные плоскости падения. Степень поляризации преломленного луча при этом достигает наибольшего значения.

Интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды $I \sim E^2$, поэтому все следствия из тригонометрических соотношений, входящих в (1), (2), (3) и (4), для интенсивности остаются справедливыми.

Закон преломления света имеет вид:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (7)$$

где n_{21} – относительный показатель преломления. Если $\alpha + \beta = \pi/2$, то $\sin(\beta) = \cos(\alpha)$. С учетом этого из (7) получим соотношение:

$$\operatorname{tg}(\alpha_B) = n_{21} \text{ – закон Брюстера (Brewster)} \quad (8)$$

Угол падения в этом случае называется углом Брюстера α_B .

Таким образом, если свет падает на поверхность диэлектрика под углом Брюстера, отраженный луч полностью поляризован в плоскости, перпендикулярной плоскости падения (рис. 5, б), а тангенс угла падения равен показателю преломления данного диэлектрика, если первой средой является вакуум (воздух). Следовательно, измеряя угол Брюстера, можно определить показатель преломления диэлектрика.

Экспериментальная установка

Экспериментальная установка для изучения закона Малюса показана на рис. 6.

Излучение лазеров в силу специфики процесса генерации всегда обладает 100-процентной поляризацией. В подавляющем большинстве серийных лазеров генерируется линейно поляризованное излучение. Таким образом, в установке плоскополяризованный пучок света от лазера 1 падает на поляроид³¹ 2, который пропускает только составляющую колебаний, параллельную плоскости поляризатора. Интенсивность света, прошедшего поляризатор, в соответствии с законом Малюса зависит от угла φ между плоскостью колебаний светового вектора и плоскостью поляризатора. Поляроид закреплен во вращающейся оправе (направление плоскости поляризатора отмечено точками на оправе поляризатора). Оправа с поляроидом может вращаться в держателе, снабженном круговой шкалой. Шкала проградуирована в градусах.



Рис. 6. Экспериментальная установка для изучения закона Малюса.

1 – полупроводниковый лазер, 2 – поляроид, 3 – фотоприемник, 4 – микроамперметр

У последнего зависимость фототока от освещенности (световая характеристика) соответствует *прямой пропорциональности*. Поэтому выходной сигнал тока с фотоприемника в работе измеряется микроамперметром, и для простоты в единицы интенсивности не пересчитывается.

³¹ Поляроид – один из типов оптических линейных поляризаторов; действие основано на неодинаковом поглощении двух линейно поляризованных перпендикулярно одна к другой составляющих падающего на них света (линейный дихроизм)

Экспериментальная установка для изучения поляризации отраженного света приведена на рис. 7. Естественный свет от лампы накаливания 1 падает на поляроид 2, который поляризует свет. Далее плоскополяризованный пучок направляется на черный стеклянный образец 3, установленный на столике гониометра 4. Угол падения света можно менять, поворачивая столик гониометра. Свет, отраженный от поверхности образца, регистрируется наблюдателем сбоку от оптической оси установки. Если образец установлен под углом Брюстера, в отраженном свете отсутствуют колебания светового вектора, параллельные плоскости падения (наблюдается минимум света). По положению образца, соответствующему минимуму отраженного света, определяются угол Брюстера и показатель преломления.

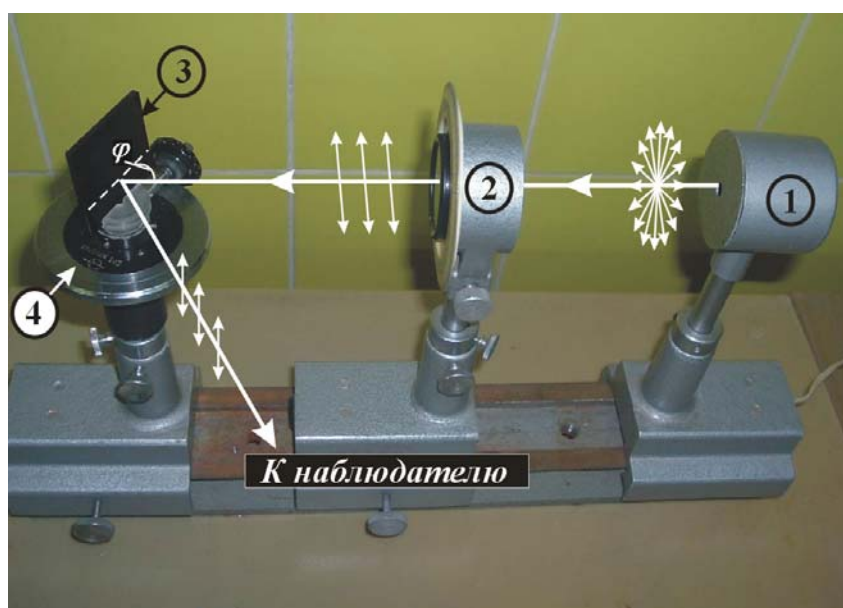


Рис. 7. Экспериментальная установка для изучения поляризации отраженного света:
1 – лампа накаливания, 2 – поляроид, 3 – образец, 4 – гониометр

Порядок выполнения работы

Опыт 1. Проверка закона Малюса

Собрать установку в соответствии с рис. 6.

Включить лазер. **ВНИМАНИЕ! КАТЕГОРИЧЕСКИ ЗАПРЕЩАЕТСЯ НАПРАВЛЯТЬ ЛУЧ ЛАЗЕРА В ГЛАЗА!**

Отъюстировать установку, направив луч лазера через центр поляроида в окно фотоприемника.

Измерить зависимость интенсивности прошедшего поляризованного света от угла между плоскостью колебаний светового вектора и плоскостью поля-

ризатора. Предварительно, вращая поляроид, установить его в положение $\varphi = 0$ (интенсивность максимальна). Затем, поворачивая поляроид, измерить силу тока микроамперметром через 10° в пределах от 0° до 90° . Результаты измерений занести в табл. 1. Измеренное значение интенсивности I содержит поляризованную $I_{\text{п}}$ и неполяризованную $I_{\text{нп}}$ составляющие: $I = I_{\text{п}} + I_{\text{нп}}$. Неполяризованная составляющая $I_{\text{нп}}$ определяется при $\varphi = 90^\circ$ (плоскость колебаний светового вектора и плоскость поляризатора взаимно перпендикулярны). Вычислить $I_{\text{п}}$ и занести в табл. 1.

Таблица 1

Интенсивность света, прошедшего через поляроид

φ°	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$\cos^2 \varphi$										
I										
$I_{\text{п}}$										

Повторить измерения для φ в пределах от 90° до 180° . Данные занести в таблицу, аналогичную табл. 1.

Построить в полярных координатах зависимость $I_{\text{п}} = f(\varphi)$.

Построить графики зависимости $I_{\text{п}} = f(\cos^2 \varphi)$ в декартовых координатах и убедиться в их соответствии закону Малюса.

Опыт 2. Изучение поляризации света при отражении.

Собрать установку в соответствии с рис. 7.

Отъюстировать установку, направить луч от лампы через поляроид в центр образца; плоскость образца расположить перпендикулярно оси светового пучка; установить нуль круговой шкалы гониометра по ходу падающего луча.

Поворачивая образец вокруг вертикальной оси – меняя угол φ (рис. 5), наблюдать в отраженном от поверхности образца свете изображение нити накала, и добиться ее минимальной яркости. Глаз располагать в горизонтальной плоскости, проходящей через падающий и отраженный лучи параллельно плоскости стола. Изображение нити накала постоянно должно находиться в центре образца. Вращая поляроид вокруг оси, добиться минимальной яркости изображения. Поворачивая образец вокруг вертикальной оси, снова добиться минимальной яркости отраженного света. Затем последовательно уточнить положение поляроида и образца. В таком положении образец не отражает свет. Это означает, что зеркало установлено под углом Брюстера и что в падающей

на зеркало световой волне световой вектор лежит в плоскости падения (горизонтальной плоскости). Измерить угол Брюстера.

Установку на минимум провести не менее 5 раз по обе стороны оси установки. Следить, чтобы изображение нити накала всегда было в центре зеркала. Результаты измерений угла Брюстера занести в табл. 2.

Таблица 2

Значение угла Брюстера

№	слева					справа					$\tilde{\alpha}_B$
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
α_B											

Вычислить показатель преломления n стекла.

Рассчитать погрешность измерения n , используя метод оценки прямых и косвенных измерений.

Контрольные вопросы

1. Какой свет называется естественным, плоскополяризованным, частично поляризованным?
2. Что такое поляризатор?
3. Что называют плоскостью пропускания поляризатора?
4. Сформулируйте закон Малюса.
5. В чем заключается метод проверки закона Малюса в данной работе?
6. Чему равна интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор?
7. Как поляризован луч, отраженный от диэлектрика?
8. Сформулируйте закон Брюстера.
9. Как измеряется угол Брюстера в данной работе?
10. Какими способами можно получить плоскополяризованный свет?

НОРМАЛЬНАЯ ДИСПЕРСИЯ СВЕТА

(лабораторная работа № МодО-01)

Цель работы: 1) экспериментальное изучение особенностей преломления света в треугольной призме; 2) измерение зависимости показателя преломления призмы от длины волны; 3) определение параметров аналитической зависимости показателя преломления от длины волны; 4) определение коэффициента дисперсии (числа Аббе) и среднего значения показателя преломления.

Введение

Показатель преломления вещества n – безразмерная физическая величина, характеризующая отношение скорости света c в вакууме к фазовой скорости v распространения света (как электромагнитной волны) в веществе:

$$n = \frac{c}{v}.$$

Дисперсия света – это явление зависимости абсолютного показателя преломления вещества от длины волны (или частоты) света, или, что то же самое, зависимость фазовой скорости распространения света в веществе от длины волны (или частоты). Экспериментально дисперсия света открыта И. Ньютоном около 1672 г., хотя теоретически достаточно хорошо была объяснена значительно позднее.

Для всех прозрачных веществ показатель преломления n увеличивается с уменьшением длины волны λ света: $\frac{dn}{d\lambda} < 0$. В видимом диапазоне (380–740 нм) длина волны света увеличивается от фиолетового (380–440 нм) к красному (625–740 нм). То есть для оптически прозрачных сред красный свет имеет минимальный показатель преломления (максимальную скорость распространения), а фиолетовый – максимальный показатель преломления (минимальную скорость распространения). Такую дисперсию света называют **нормальной**. Дисперсия света называется **аномальной**, если показатель преломления n уменьшается с уменьшением длины волны λ света: $\frac{dn}{d\lambda} > 0$. Аномальная дисперсия наблюдается практически у всех газов вблизи линии поглощения. Для оп-

тически прозрачных стекол аномальная дисперсия наблюдается в инфракрасной и ультрафиолетовой областях спектра. Вдали от линии поглощения дисперсия того же вещества носит нормальный характер (рис. 1). Область длин волн, в которой наблюдается аномальная дисперсия, соответствует ширине линии (полосы) поглощения данного вещества. Если вещество имеет несколько линий (полос) поглощения, то аномальная дисперсия наблюдается вблизи каждой из них.

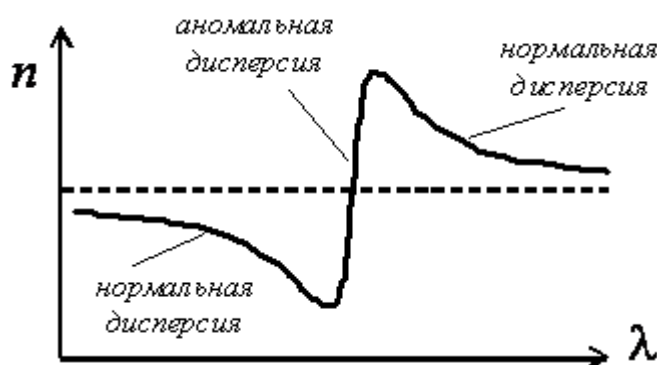


Рис. 1. Дисперсия коэффициента преломления

Классическая электронная теория дисперсии света

Для объяснения дисперсии света (зависимости показателя преломления вещества от длины волны света) необходимо рассмотреть теорию взаимодействия света с веществом, которая может быть построена в рамках как классической, так и квантовой физики.

В рамках классической теории электромагнитных волн (теории Максвелла) фазовая скорость v распространения света в среде с диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостями равна:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}.$$

Тогда показатель преломления n среды (вещества):

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu}.$$

Для большинства прозрачных сред $\mu \approx 1$. Поэтому при изучении оптических явлений можно полагать, что

$$n = \sqrt{\epsilon} \text{ или } n^2 = \epsilon.$$

Диэлектрическая проницаемость ϵ среды определяется ее диэлектрической восприимчивостью α :

$$\epsilon = 1 + \alpha.$$

В изотропной однородной среде ϵ и χ являются скалярными константами, которые не зависят от пространственных координат.

По определению диэлектрическая восприимчивость χ связывает поляризованность \vec{P} диэлектрика, возникающую в результате его взаимодействия с электромагнитной волной, с напряженностью \vec{E} электрического поля этой волны:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}, \text{ или в скалярном виде } P = \epsilon_0 \chi E,$$

где $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 \cdot \text{с}^2 / (\text{кг} \cdot \text{м}^3)$ – электрическая постоянная (диэлектрическая проницаемость вакуума). Отсюда легко получить

$$n^2 = \epsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E}.$$

Если все молекулы вещества одинаковы, то поляризованность \vec{P} вещества пропорциональна поляризованности (дипольному моменту) \vec{p} одной молекулы:

$$\vec{P} = N \vec{p}, \text{ или в скалярном виде } P = N p,$$

где N – число молекул вещества в единице объема.

Подставив P , получим
$$n^2 = 1 + \frac{N}{\epsilon_0} \cdot \frac{p}{E}.$$

Таким образом, чтобы получить зависимость показателя преломления n от длины волны λ (частоты ω) света, необходимо определить, как зависит от частоты ω дипольный момент p молекулы вещества.

В классической теории взаимодействия излучения с веществом дипольный момент атома (или молекулы) в электрическом поле обусловлен смещением электронной оболочки атома относительно ядра. Масса ядер велика по сравнению с массой электронов, поэтому в первом приближении смещением ядер при взаимодействии излучения с веществом можно пренебречь. Полностью заполненные электронные оболочки атомов (молекул) также являются малоподвижными. Поэтому основной вклад в дипольный момент атома (молекулы) дают электроны, находящиеся на внешних незаполненных уровнях. Такие *электроны* называют *оптическими*.

Предположим, что молекулы вещества, показатель преломления которого необходимо изучить, имеют *один оптический электрон*. Тогда дипольный момент молекулы \vec{p} создается за счет смещения \vec{r} электрона относительно положения равновесия (например, центра ядра):

$$\vec{p} = e \vec{r},$$

где e – заряд электрона.

Согласно электронной теории Лоренца отклонение оптического электрона от положения равновесия происходит в результате вынужденных колебаний электрона в переменном (гармоническом) электрическом поле электромагнитной волны.

Рассмотрим силы, действующие на оптический электрон массой m с зарядом e в этих условиях. В отсутствие внешних полей электрон в атоме некоторым образом движется по внешней орбите. Это движение в рамках классической теории можно считать гармоническими колебаниями. Следовательно, не уточняя природу, можно ввести некоторую **квазиупругую силу** $\vec{F}_{упр} = -m\omega_0^2\vec{r}$, заставляющую электрон колебаться гармонически с частотой ω_0 . В этом случае частоту ω_0 называют частотой собственных незатухающих колебаний электрона.

Если среда (вещество) поглощает проходящий через нее свет, то говорят, что среда «оказывает сопротивление», для описания которого по аналогии с затухающими колебаниями вводят **силу трения** $\vec{F}_{тр} = -2m\dot{b}\dot{\vec{r}}$, которая должна приводить к затуханию собственных колебаний. Коэффициент «сопротивления» b зависит от природы атома (молекулы) и характеризует поглощение света веществом.

Электрическое поле электромагнитной волны выступает в роли **внешней вынуждающей силы** по отношению к собственным колебаниям электрона в атоме. Если \vec{E} – напряженность электрического поля, то внешнюю вынуждающую силу, действующую на оптический электрон, можно записать в виде: $\vec{F}_{вн} = e\vec{E}$.

Под действием этих трех сил оптический электрон в атоме (молекуле) движется ускоренно. По второму закону Ньютона

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_{упр} + \vec{F}_{сопр} + \vec{F}_{вн} \quad \text{или} \quad \ddot{\vec{r}} = -\omega_0^2\vec{r} - 2b\dot{\vec{r}} + \frac{e}{m}\vec{E}.$$

Напряженность электрического поля \vec{E} электромагнитной волны изменяется со временем по гармоническому закону

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t,$$

где \vec{E}_0 – амплитуда вектора напряженности электрического поля, ω – частота поля. То же самое можно записать в комплексном виде:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}.$$

Тогда дифференциальное уравнение примет вид:

$$\ddot{\vec{r}} + 2b\dot{\vec{r}} + \omega_0^2\vec{r} = \frac{e}{m}\vec{E}_0 e^{-i\omega t}.$$

Из теории дифференциальных уравнений известно, что решение полученного неоднородного уравнения представляет собой сумму общего решения однородного уравнения (уравнения затухающих колебаний) и частного решения неоднородного уравнения.

Общее решение однородного уравнения (уравнения затухающих колебаний) $\ddot{\vec{r}} + 2b\dot{\vec{r}} + \omega_0^2\vec{r} = 0$ с точностью до начальных условий имеет вид: $\vec{r} = \vec{r}_{\max} e^{-bt} \cos(\sqrt{\omega_0^2 - b^2}t)$. Эта часть решения не зависит от частоты вынуждающей силы (частоты света), поэтому не влияет на дисперсионные свойства вещества.

Рассмотрим частное решение неоднородного уравнения. Из теории дифференциальных уравнений известно, что его следует искать в виде, аналогичном виду вынуждающей силы: $\vec{r} = \vec{r}_0 e^{-i\omega t}$, где \vec{r}_0 – некоторая константа.

Дважды продифференцируем выражение $\vec{r} = \vec{r}_0 e^{-i\omega t}$ по времени:

$$\dot{\vec{r}} = -i\omega\vec{r}_0 e^{-i\omega t} = -i\omega\vec{r} \text{ и } \ddot{\vec{r}} = -\omega^2\vec{r}_0 e^{-i\omega t} = -\omega^2\vec{r}.$$

Подставив эти выражения в исходное дифференциальное уравнение, получим:

$$(\omega_0^2 - \omega^2 - 2ib\omega)\vec{r} = \frac{e}{m}\vec{E}_0 e^{-i\omega t} = e\vec{E} / m.$$

Тогда частное решение неоднородного дифференциального уравнения примет вид:

$$\vec{r} = \frac{e\vec{E} / m}{(\omega_0^2 - \omega^2 - 2ib\omega)}, \text{ или } \vec{r} = \frac{e\vec{E}}{m} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2 + 2ib\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2}.$$

Чтобы явно выразить мнимую и действительную части, выполним следующие преобразования:

$$\vec{r} = \frac{e\vec{E}}{m} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2 + 2ib\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2} = \frac{e\vec{E}_0}{m} \frac{(\cos\omega t - i\sin\omega t)(\omega_0^2 - \omega^2 + 2ib\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2},$$

$$\vec{r} = \frac{e\vec{E}_0}{m} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)\cos\omega t + 2b\omega\sin\omega t}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2} - i \frac{e\vec{E}_0}{m} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)\sin\omega t - 2b\omega\cos\omega t}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2}.$$

Возвращаясь к вещественным величинам, запишем решение в виде

$$\vec{r} = \frac{e\vec{E}_0}{m} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)\cos\omega t + 2b\omega\sin\omega t}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2}, \text{ или } \vec{r} = \frac{e}{m} \frac{\vec{E}_0 \cos(\omega t - \varphi)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2}},$$

где
$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{2b\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Постоянная величина φ – разность фаз между вынужденными колебаниями оптического электрона в атоме и колебаниями вектора напряженности электрического поля электромагнитной волны, вызванная затуханием (поглощением света веществом).

Если среда (вещество) слабо поглощает излучение, разность фаз между вынужденными колебаниями оптического электрона и полем можно считать равной нулю ($\varphi \approx 0$), тогда

$$\vec{r} = \frac{e}{m} \frac{\vec{E}_0 \cos \omega t}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2 \omega^2}} = \frac{e}{m} \frac{\vec{E}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2 \omega^2}}.$$

При этом колебания оптического электрона определяются колебаниями электрического поля электромагнитной волны, проходящей через вещество. В результате дипольный момент атома (молекулы) также определяется колебаниями электрического поля:

$$\vec{p} = e\vec{r} = \frac{e^2}{m} \frac{\vec{E}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2 \omega^2}},$$

или в скалярной форме
$$p = \frac{e^2}{m} \frac{E}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2 \omega^2}}.$$

Учитывая полученное выражение для дипольного момента, получим зависимость показателя преломления вещества (среды) от частоты света:

$$n^2 = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{E} \Rightarrow$$

$$n^2 = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b^2 \omega^2}}.$$

Таким образом, показатель преломления вещества n зависит от частоты света ω , то есть фазовая скорость распространения света разной частоты (длины волны) в одной и той же среде будет различна.

График полученной аналитической зависимости показателя преломления n от частоты света ω изображен на рис. 2. Учитывая связь длины волны света с частотой $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$, можно заметить, что на рис. 1 и 2 изображены аналогичные зависимости. Причем аномальная диспер-

сия наблюдается вблизи ω_0 – частоты собственных колебаний оптического электрона. Частота собственных колебаний оптического электрона соответствует частоте поглощения вещества. Следовательно, если атом (молекула) вещества имеет несколько оптических электронов с различными собственными частотами, то показатель преломления такого вещества будет иметь несколько областей аномальной дисперсии вблизи каждой частоты поглощения.

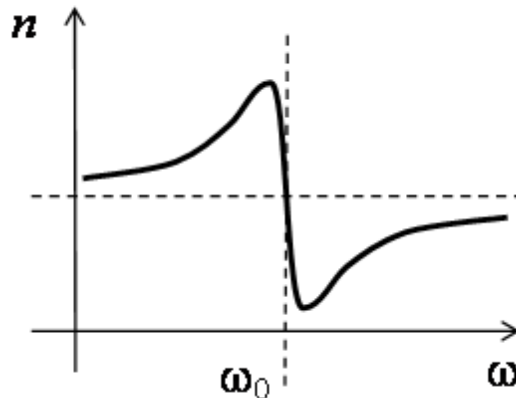


Рис. 2. Дисперсия коэффициента преломления в области собственной частоты колебаний оптического электрона

Дисперсия света в оптическом диапазоне

В оптическом диапазоне (380–740 нм) оптически прозрачные стекла не поглощают свет (не имеют полос поглощения). Поэтому теоретическую зависимость показателя преломления n от частоты света ω , полученную ранее, можно записать, считая коэффициент затухания $b=0$, в виде

$$n^2 = 1 + \frac{N}{\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Для большинства оптически прозрачных стекол частота собственных колебаний оптического электрона ω_0 много больше частоты света ω в оптическом диапазоне ($\omega_0 \gg \omega$). Тогда отношение ω/ω_0 можно считать малым:

$$n^2 = 1 + \frac{e^2 N}{\epsilon_0 m \omega_0^2} \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}.$$

Раскладывая дробь в ряд по величине ω/ω_0 , получим:

$$n^2 = 1 + \frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m \omega_0^2} \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^4 \dots \right),$$

или

$$n = \sqrt{1 + \frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m \omega_0^2} \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^4 \dots \right)}.$$

Используя стандартное разложение в ряд $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$ (если x – мало), получим выражение для показателя преломления в виде

$$n = \left(1 + \frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m \omega_0^2} \right)^{-1/2} \left(1 + \frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m \omega_0^2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^4 \dots \right) \right).$$

Учитывая, что $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$, запишем зависимость показателя преломления n от длины волны света λ в виде разложения

$$n = \left(1 + \frac{e^2 N \lambda_0^2}{4\pi^2 \varepsilon_0 m c^2} \right)^{-1/2} \left(1 + \frac{e^2 N \lambda_0^2}{4\pi^2 \varepsilon_0 m c^2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^4 \dots \right) \right),$$

где $\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0}$ – длина волны света с частотой, равной собственной частоте колебания оптического электрона.

Из полученного выражения видно, что коэффициенты при различных степенях λ зависят только от характеристик самого вещества и для данного конкретного вещества являются константами. Поэтому зависимость показателя преломления от длины волны можно представить в виде

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \dots,$$

где константы A , B , C (в рамках классической электронной теории) выражаются через такие характеристики вещества, как концентрация атомов N и длина волны света λ_0 , зависящая от частоты ω_0 . Константы A , B , C различны для разных веществ и могут быть рассчитаны на основе экспериментально полученной зависимости $n = n(\lambda)$.

Полученная зависимость коэффициента преломления от длины волны описывает нормальную дисперсию света и известна как формула Коши. Для большинства оптически прозрачных веществ в формуле Ко-

ши для получения хорошего согласия теории с экспериментом можно ограничиться первыми двумя членами:

$$n \approx A + \frac{B}{\lambda^2}.$$

Если экспериментально определить показатель преломления для различных длин волн $n = n(\lambda)$, то числовые значения констант A и B можно определить по методу наименьших квадратов либо из графика данной зависимости.

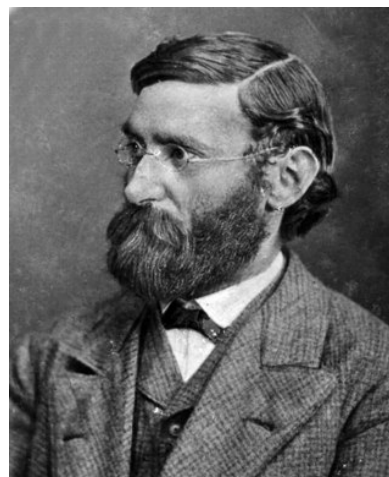
Свойства оптических стекол

Оптически прозрачные вещества, используемые в технике, называют оптическими стеклами. Оптические стекла бывают природного и искусственного происхождения. Они обладают различными показателями преломления и различными дисперсиями. Для объективности сравнения различных оптических стекол в физических и технических справочниках приводят сведения об их показателях преломления для одних и тех же длин волн: для желтой линии гелия (587,6 нм), красной и голубой линий водорода (656,3 нм и 486,1 нм). Линии излучения атомов обозначают прописными и строчными буквами латинского алфавита. В частности, желтая линия гелия обозначается d , красная линия водорода – C , а голубая линия водорода – F . В таблицах показатели преломления оптических стекол для длин волн соответствующих линий обозначают как n_d , n_C и n_F . В справочниках обычно приводится среднее значение показателя преломления, которое рассчитывается между показателями преломления n_C и n_F линий водорода:

$$\bar{n} = \frac{1}{2}(n_C + n_F).$$

Для практического сравнения дисперсионных свойств оптических материалов вводят коэффициент дисперсии V (или число Аббе³²), который рассчитывают следующим образом:

$$V = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}.$$



Эрнст Карл Аббе
(1840–1905) – немецкий физик-оптик, астроном.

³² **Число Аббе** – безразмерная величина, используемая в оптике как мера дисперсии света в прозрачных средах. Чем оно меньше, тем больше дисперсия. Названо в честь немецкого физика Эрнста Аббе.

Чем больше число Аббе V , тем медленнее меняется коэффициент преломления в оптическом диапазоне длин волн (разница $n_F - n_C$ меньше \Rightarrow коэффициент дисперсии V больше).

Рабочие формулы

Определение коэффициента преломления по ходу лучей в треугольной призме

Согласно законам геометрической оптики при прохождении луча света некоторой длины волны через границу раздела двух сред, имеющих разный показатель преломления, направление его движения меняется. Пусть луч света падает на границу между вакуумом ($n_0 = 1$) и оптически прозрачной средой ($n > 1$) под углом α к ее нормали (угол падения). Тогда в среде луч света будет составлять с нормалью к границе угол β (угол преломления), который определяется согласно закону преломления:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n}{n_0} = n.$$

Экспериментальное определение показателя преломления для света фиксированной длины волны выполняется, как правило, на основе этого закона. На практике используют небольшого размера треугольную призму, проходя через которую, луч света преломляется дважды (рис. 3): при переходе из вакуума в среду с показателем преломления n , и обратно.

При прохождении через призму изменение направления луча света зависит от угла между двумя границами раздела сред (гранями призмы). Угол δ между гранями призмы, через которые свет входит и выходит из призмы, называется *преломляющим углом призмы*. Направление третьей грани призмы (третьей границы раздела сред) на ход луча не влияет. Для простоты будем считать призму равнобедренной, через основание которой свет не проходит.

Рассмотрим прохождение лучей через равнобедренную призму (рис. 3). Пусть луч света падает на левую грань призмы под углом α_1 к ее нормали. Согласно закону преломления луч внутри призмы будет составлять угол β_1 с нормалью, проведенной к левой грани, и, соответственно, угол β_2 с нормалью к правой грани призмы. После преломления на правой грани луч выйдет из призмы под углом α_2 к нормали правой грани. Данная картина хода лучей является обратимой: если луч направить под углом α_2 на правую грань, то в результате преломления

в призме луч выйдет под углом α_1 через левую грань призмы. Причем согласно закону преломления света

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = n \text{ и } \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} = n.$$

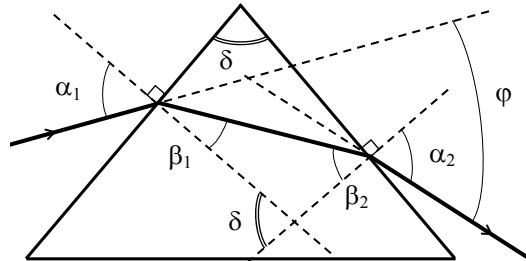


Рис. 3. Прохождение лучей через равнобедренную призму

На практике используют призмы небольшого размера, поэтому углы β_1 и β_2 (внутри призмы) плохо поддаются измерениям. Для экспериментального определения показателя преломления необходимо выразить n через внешние углы α_1 и α_2 . Следовательно, с учетом тригонометрии в выражениях закона преломления нужно исключить углы β_1 и β_2 .

Из треугольника, образованного лучом света и нормальными к правой и левой граням, видно, что

$$\beta_1 + \beta_2 = \delta.$$

Тогда, например,

$$\beta_2 = \delta - \beta_1.$$

Из законов преломления света на правой и левой гранях призмы

$$n = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} \text{ следует, что } \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1}.$$

Согласно формулам тригонометрии

$$\sin \beta_2 = \sin(\delta - \beta_1) = \sin \delta \cos \beta_1 - \cos \delta \sin \beta_1.$$

Тогда

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1} = \frac{\sin \delta \cos \beta_1 - \cos \delta \sin \beta_1}{\sin \beta_1} = \sin \delta \operatorname{ctg} \beta_1 - \cos \delta.$$

Из полученной формулы выразим $\operatorname{ctg} \beta_1$:

$$\operatorname{ctg} \beta_1 = \frac{\sin \alpha_2 + \sin \alpha_1 \cos \delta}{\sin \alpha_1 \sin \delta}.$$

Учитывая тригонометрические тождества

$$\cos^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_1 = 1 \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \beta_1} = 1 + \operatorname{ctg}^2 \beta_1$$

и полученную выше зависимость между углами, последнее уравнение представим в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin^2 \beta_1} &= 1 + \frac{(\sin \alpha_2 + \sin \alpha_1 \cos \delta)^2}{\sin^2 \alpha_1 \sin^2 \delta} = \\ &= \frac{\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + 2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \delta}{\sin^2 \alpha_1 \sin^2 \delta}. \end{aligned}$$

С учетом этого уравнения закон преломления света на левой грани призмы перепишем в виде

$$n^2 = \frac{\sin^2 \alpha_1}{\sin^2 \beta_1} = \frac{\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + 2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \delta}{\sin^2 \delta}.$$

Полученное выражение позволяет рассчитать показатель преломления n , измерив углы α_1 и α_2 (углы, под которыми луч падает на призму и выходит из нее).

При симметричном ходе лучей ($\alpha_1 = \alpha_2$) выражение для показателя преломления существенно упрощается. Однако на практике трудно добиться абсолютно симметричного хода лучей.

Зависимость угла отклонения света φ от преломляющего угла призмы δ

Полученное выше выражение связывает углы α_1 и α_2 , под которыми луч света падает на призму и выходит из нее, с коэффициентом преломления n и преломляющим углом δ призмы:

$$n^2 = \frac{\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + 2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \delta}{\sin^2 \delta},$$

или
$$\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + 2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \delta = n^2 \sin^2 \delta.$$

Чтобы на основе этой зависимости проанализировать, как угол α_2 зависит от преломляющего угла призмы δ , преобразуем полученную формулу и выразим $\sin \alpha_2$ в виде

$$\sin \alpha_2 = \sin \delta \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} - \sin \alpha_1 \cos \delta.$$

Выражение в правой части по модулю должно быть не больше единицы (т. к. по определению $|\sin \alpha_2| \leq 1$), тогда луч пройдет через призму. Если величина $\sin \delta \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} - \sin \alpha_1 \cos \delta$ по модулю больше единицы, то луч не может выйти из призмы. Это явление называется **полным внутренним отражением** (преломление света на правой грани призмы не наблюдается).

В условиях, когда полное внутреннее отражение НЕ наблюдается, проанализируем, как угол α_2 , под которым луч выходит через правую грань призмы, зависит от преломляющего угла призмы δ при постоянном угле α_1 падения света на левую грань призмы. Для упрощения анализа предположим, что все углы ($\alpha_1, \alpha_2, \delta$) малы. Тогда можно считать, что

$$\sin \alpha_1 \approx \alpha_1, \sin \alpha_2 \approx \alpha_2, \sin \delta \approx \delta, \cos \delta \approx 1.$$

В этом случае
$$\alpha_2 \approx \delta \sqrt{n^2 - \alpha_1^2} - \alpha_1.$$

Чем больше преломляющий угол δ призмы, тем больше угол α_2 , под которым луч выходит из правой грани призмы (при $\alpha_1 = \text{const}$). Качественно эта зависимость справедлива также и для больших углов.

Введем угол φ между падающим лучом и лучом, вышедшим из призмы, который называют *углом отклонения света* при прохождении через призму. Из геометрии нетрудно показать, что $\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 - \delta$ (рис. 3). Отсюда $\alpha_2 = \varphi + \delta - \alpha_1$. Следовательно, для малых углов

$$\varphi \approx \delta \left(\sqrt{n^2 - \alpha_1^2} - 1 \right).$$

То есть чем больше преломляющий угол призмы δ , тем сильнее луч света отклоняется от первоначального направления при прохождении через призму (при одном и том же угле падения α_1). Поэтому если хотят добиться большего отклонения луча от первоначального направления, для эксперимента подбирают призмы с большим углом преломления.

Зависимость угла φ отклонения света от разности между углами наклона падающего и вышедшего лучей

Для дальнейшего анализа введем угол $\Delta = \alpha_1 - \alpha_2$, который показывает насколько отклонение от нормали падающего луча больше, чем вышедшего. Например, для симметричного хода лучей $\alpha_1 = \alpha_2$ угол $\Delta = 0$. Тогда из двух уравнений $\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 - \delta$ и $\Delta = \alpha_1 - \alpha_2$ выразим углы α_1 и α_2 :

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}(\varphi + \delta + \Delta) \text{ и } \alpha_2 = \frac{1}{2}(\varphi + \delta - \Delta).$$

После тригонометрических преобразований, полученное ранее выражение

$$\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + 2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \delta = n^2 \sin^2 \delta$$

можно записать в виде

$$1 - (\cos \Delta + \cos \delta) \cos(\varphi + \delta) + \cos \Delta \cos \delta = n^2 \sin^2 \delta.$$

Из этого уравнения для $\cos(\varphi+\delta)$ получим:

$$\cos(\varphi + \delta) = \frac{1 - n^2 \sin^2 \delta + \cos \Delta \cos \delta}{\cos \Delta + \cos \delta}.$$

Для упрощения анализа опять же рассмотрим случай малых углов. Тогда

$$\cos(\varphi + \delta) \approx 1 - \frac{(\varphi + \delta)^2}{2}, \quad \cos \Delta \approx 1 - \frac{\Delta^2}{2}, \quad \cos \delta \approx 1 - \frac{\delta^2}{2}, \quad \sin \delta \approx \delta.$$

Подставив эти выражения в полученное уравнение и приведя подобные, получим:

$$(\varphi + \delta)^2 \approx \delta^2 \frac{4n^2 - \Delta^2}{4 - \Delta^2 - \delta^2} \quad \text{или} \quad \varphi \approx \delta \left(\sqrt{\frac{4n^2 - \Delta^2}{4 - \Delta^2 - \delta^2}} - 1 \right)$$

(для малых углов очевидно, что $4 - \Delta^2 - \delta^2 > 0$, а $4n^2 - \Delta^2 \neq 0$).

Таким образом, для фиксированной призмы ($\delta = \text{const}$) угол отклонения φ луча от первоначального направления зависит от разницы Δ между падающим и вышедшим лучами нелинейно. Исследуем эту зависимость на экстремум. Для этого вычислим производную:

$$\frac{d\varphi}{d\Delta} = \frac{\Delta \cdot \delta(4n^2 - 4 + \delta^2)}{(4n^2 - \Delta^2)^{1/2}(4 - \Delta^2 - \delta^2)^{3/2}}.$$

Величина $4(n^2 - 1) + \delta^2 > 0$ всегда. Поэтому производная для отрицательных углов Δ меньше нуля, для положительных – больше нуля, а при $\Delta = 0$ – обращается в ноль. Следовательно, при $\Delta = 0$ угол отклонения φ луча от первоначального направления имеет минимум.

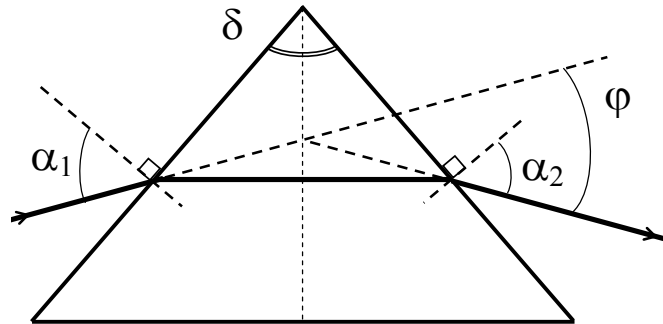


Рис. 4. Симметричный ход лучей через призму ($\alpha_1 = \alpha_2$, $\varphi = \varphi_{\min}$)

При симметричном ходе лучей ($\Delta = 0$) угол отклонения φ является минимальным для фиксированной длины волны.

Минимальный угол отклонения φ луча от первоначального направления, наблюдающийся при симметричном ходе лучей через призму (рис. 4), называется углом наименьшего отклонения.

Выбор оптимальных условий эксперимента

Разница между углами наименьшего отклонения луча от первоначального направления для света в оптическом диапазоне составляет 2–3 градуса, а показатель преломления отличается в третьем знаке после запятой. Поэтому дисперсия относится к достаточно тонким эффектам и может быть достоверно измерена прибором, имеющим достаточную точность, и при достаточной тщательности выполнения эксперимента.

При выполнении измерений на любом приборе следует помнить, что относительная погрешность измерений уменьшается с увеличением абсолютного значения измеряемой величины.

При использовании треугольной призмы для расчета показателя преломления n света при фиксированной длине волны (как было показано выше) необходимо измерить углы отклонения α_1 и α_2 падающего и вышедшего лучей от нормалей, проведенных соответственно к левой и правой граням призмы. Следовательно, для повышения точности измерения показателя преломления необходимо подобрать такой ход лучей через призму, чтобы углы α_1 и α_2 были по возможности как можно больше. Угол α_1 падающего луча обычно можно регулировать за счет положения источника света. Для увеличения угла α_2 вышедшего луча можно использовать призмы с большим преломляющим углом, при котором полное внутреннее отражение, однако, не наблюдается.

Следует отметить, что углы α_1 и α_2 неудобны для практического измерения, так как отсчитываются от разных граней призмы. Для практического измерения удобнее выбрать углы, которые отсчитываются от одного и того же направления, например относительно горизонта.

Введем угол наклона γ_1 луча, падающего на призму, относительно горизонта (рис. 5, *a*). Тогда, учитывая, что грань призмы находится под углом $\delta/2$ к вертикали, получим угол падения α_1 луча на призму:

$$\alpha_1 = \gamma_1 + \frac{\delta}{2}.$$

Аналогично для угла α_2 :
$$\alpha_2 = \gamma_2 + \frac{\delta}{2}.$$

Причем угол отклонения $\varphi = \gamma_1 + \gamma_2$. Искомые углы γ_1 и γ_2 можно получить, измерив, например, x - и y -координаты двух точек, через которые

проходит каждый из лучей (для уменьшения погрешности желательно максимально удаленные друг от друга).

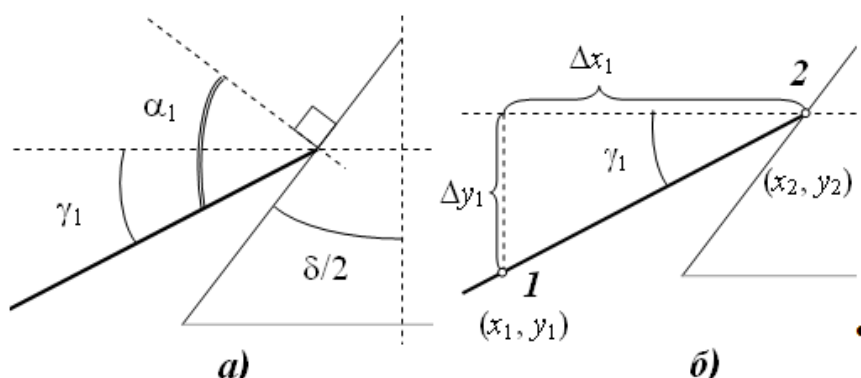


Рис. 5. Выбор оптимального угла падения

Пусть луч, падающий на призму, проходит через точку 1 с координатами (x_1, y_1) и точку 2 с координатами (x_2, y_2) . Тогда из треугольника (рис. 5, б), образованного лучом с горизонтальной и вертикальной прямыми, получим тангенс угла γ_1 :

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} = \frac{|x_2 - x_1|}{|y_2 - y_1|}.$$

Аналогичное выражение через координаты (x_3, y_3) и (x_4, y_4) двух других точек можно записать для угла γ_2 , под которым относительно горизонта луч света выходит из призмы.

Определение параметров зависимости показателя преломления от длины волны света методом наименьших квадратов

Согласно изложенной выше теории экспериментальная зависимость показателя преломления от длины волны в простейшем случае имеет вид: $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$. Если ввести величину $z = \lambda^{-2}$, обратную квадрату длины волны, то зависимость $n(z)$ должна носить линейный характер вида $n = A + Bz$.

Пусть из эксперимента получены k значений показателя преломления $n_1, n_2, n_3 \dots n_k$ для k различных значений величины $z_1, z_2, z_3 \dots z_k$. Тогда для расчета коэффициентов A и B по методу наименьших квадратов удобно предварительно вычислить следующие суммы:

$$S_z = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k z_i, \quad S_{zz} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k z_i^2, \quad S_n = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k n_i, \quad S_{zn} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k z_i \cdot n_i.$$

Тогда коэффициенты можно рассчитать следующим образом:

$$A = \frac{S_n S_{zz} - S_z S_{zn}}{S_{zz} - S_z^2}, \quad B = \frac{S_{zn} - S_z S_n}{S_{zz} - S_z^2}.$$

Аналогичные результаты можно получить, если по экспериментальным значениям показателя преломления n и величины z в электронных таблицах MS Excel на диаграмме типа «Точечная» добавить линию тренда и показать ее уравнение.

Зная коэффициенты A и B , для данного вещества можно рассчитать показатель преломления для любой длины волны из оптического диапазона по формуле Коши $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$.

Модель экспериментальной установки

В данной работе средствами компьютерной графики моделируется прохождение луча света фиксированной длины волны через треугольную равнобедренную призму. Источник света можно перемещать в вертикальном направлении. Длину волны света можно менять в видимом диапазоне от 380 нм до 740 нм с шагом 1 нм. Для измерения координат точек, через которые проходят падающий и вышедший лучи света, в работе имеются горизонтальная и вертикальная линейки, цена деления которых 1 мм. При указанных условиях можно наблюдать дисперсию ряда натуральных и искусственных оптических стекол. Рассчитанные по полученным данным значения числа Аббе (коэффициента дисперсии) отличаются от табличных не более чем на 5–10 %.

Варианты выполнения работы

Вариант	Материал призмы
1	Двойной экстраплотный флинт (DEDF)
2	Экстраплотный флинт (EDF)
3	Специальный баритовый крон (SBC)
4	Боратный флинт (BOF)
5	Легкий флинт (LF)
6	Экстралегкий флинт (ELF)
7	Телескопический флинт (TF)
8	Цинковый крон (ZC)
9	Фтористый крон (FC)
10	Плавленый кварц

Работа выполняется на IBM-совместимом персональном компьютере в виде самостоятельного Windows-приложения. Для удобства вы-

полнения работы в программе предусмотрены три раздела: краткое описание работы; порядок выполнения работы и эксперимент. Переключение между разделами осуществляется с помощью кнопок «Ход работы» и «Эксперимент». Нажатие этих кнопок в зависимости от контекста работы программы приводит либо к вызову соответствующих разделов, либо к возвращению в раздел описания.

Раздел программы «Эксперимент» содержит раскрывающийся список материалов, из которых изготовлена выбранная для эксперимента призма, набор кнопок для выбора равнобедренных призм с разными преломляющими углами, а также ползунки для выбора длины волны и перемещения источника света.

Порядок выполнения работы

Краткое описание хода работы

1. Выберите вещество (материал), дисперсию которого будете изучать в эксперименте (по указанию преподавателя).

УПРАЖНЕНИЕ 1. Зависимость угла отклонения луча света от преломляющего угла призмы.

2. Выберите длину волны света, равную 560 нм.
3. Выберите призму с наименьшим преломляющим углом.
4. Измерьте горизонтальные координаты двух точек на падающем луче.
5. Рассчитайте вертикальное положение источника света, при котором свет падает на призму под заданным углом.
6. Измените положение источника света в соответствии с расчетами.
7. Измерьте координаты точек на падающем и вышедшем лучах.
8. Повторите опыты, начиная с пункта 4, для всех призм, имеющихся в работе.
9. Для каждого эксперимента рассчитайте угол отклонения луча света от первоначального направления.
10. Постройте график зависимости угла отклонения луча света от преломляющего угла призмы.
11. Сделайте выводы.

УПРАЖНЕНИЕ 2. Зависимость угла отклонения луча света от разности между углами наклона падающего и вышедшего лучей

12. Выберите длину волны света, равную 490 нм.
13. Установите источник света так, чтобы луч падал на призму горизонтально.

14. Подберите призму с наибольшим преломляющим углом, для которой НЕ наблюдается полное внутреннее отражение.
15. Измерьте координаты точек на падающем и вышедшем лучах.
16. Рассчитайте углы наклона падающего и вышедшего лучей по отношению к горизонту.
17. Рассчитайте разницу между углами наклона падающего и вышедшего лучей, а также угол отклонения луча света от первоначального направления.
18. Перемещая источник света по вертикали вниз, повторите опыт 10–14 раз.
19. Повторите опыты с той же призмой для света длиной волны 640 нм.
20. Постройте график зависимости угла отклонения луча света от разницы между углами наклона падающего и вышедшего лучей.
21. Сделайте выводы.

УПРАЖНЕНИЕ 3. Зависимость показателя преломления света от длины волны

22. Установите источник света в самое нижнее положение.
23. Выберите минимальную длину волны.
24. Подберите призму с максимальным преломляющим углом.
25. Выберите длину волны, равную 400 нм.
26. Зафиксируйте положение источника света для выбранной призмы.
27. Измерьте координаты точек на падающем и вышедшем лучах.
28. Рассчитайте углы наклона падающего и вышедшего лучей по отношению к горизонту.
29. Рассчитайте углы наклона падающего и вышедшего лучей по отношению к граням призмы.
30. Вычислите показатель преломления.
31. Повторите опыт еще для трех длин волн.
32. Повторите опыты еще с двумя призмами с меньшим преломляющим углом (по четыре длины волны света для каждой призмы).
33. Постройте график зависимости показателя преломления от длины волны.
34. Постройте график зависимости показателя преломления от величины, обратной квадрату длины волны.
35. Определите числовые параметры аналитической зависимости показателя преломления от длины волны.
36. Используя полученные параметры, рассчитайте показатель преломления для красной линии водорода, желтой линии гелия и голубой линии водорода.
37. Рассчитайте коэффициент дисперсии (число Аббе) и средний показатель преломления.

38. Сравните табличное значение числа Аббе со значением, полученным в эксперименте. Вычислите относительную погрешность.
39. Сделайте выводы.

Детальное описание хода работы

При выполнении работы рекомендуется следующая последовательность действий:

1. Раскрывающийся список на панели «*Призма*» содержит список материалов, обладающих разным показателем преломления и дисперсией: двойной экстраплотный флинт (DEDF), экстраплотный флинт (EDF), специальный баритовый крон (SBC), боратный флинт (BOF), легкий флинт (LF), экстралегкий флинт (ELF), телескопический флинт (TF), цинковый крон (ZC), фтористый крон (FC), плавленый кварц. Это оптические стекла, из которых можно изготовить призму для изучения дисперсии света. Выберите вещество (материал), дисперсию которого будете изучать в эксперименте (по указанию преподавателя). Для выбранного материала под списком автоматически указывается табличное значение коэффициента дисперсии (число Аббе).

УПРАЖНЕНИЕ 1. Зависимость угла отклонения луча света от преломляющего угла призмы

Необходимо получить экспериментальные данные и на их основе построить график угла отклонения света от первоначального направления в зависимости от преломляющего угла призмы при условии, что угол наклона падающего луча по отношению к левой грани призмы НЕ будет меняться. Поэтому для призм с разными преломляющими углами необходимо подобрать положение источника так, чтобы угол падения луча света по отношению к левой грани призмы был одинаковым. Упражнение рекомендуется выполнять для угла падения, равного 55° .

2. На панели «*Источник света*» расположен ползунок, позволяющий изменять длину волны луча света в видимом диапазоне от 380 до 740 нм. Под ползунком расположена цветовая шкала, позволяющая зрительно сопоставлять цвет и выбранную длину волны. Выбрать нужную длину волны можно, либо перемещая ползунок, либо щелкнув в нужном месте цветовой шкалы. Точное значение выбранной длины волны указывается над ползунком.

Используя ползунок и цветовую шкалу, выберите длину волны света, равную 560 нм (зеленый свет).

3. На панели «*Призма*» расположен ряд кнопок, позволяющих выбирать призмы с разными преломляющими углами. В работе доступны призмы с преломляющими углами от 42 до 82 градусов. Преломляющий

угол выбранной призмы автоматически указывается под кнопками на панели «**Призма**». Выберите призму с наименьшим преломляющим углом.

4. По левому краю области эксперимента расположен ползунок «**Положение источника света**», позволяющий перемещать источник света в вертикальном направлении. Горизонтальное положение источника света в работе остается неизменным.

При перемещении источник света автоматически поворачивается так, чтобы луч света всегда падал в одно и то же место на левой грани призмы. Поэтому координаты точки падения луча света на призму НЕ ЗАВИСЯТ от положения источника света. Они зависят только от преломляющего угла призмы.

Чтобы определить углы наклона лучей к горизонту и к граням призмы, в работе необходимо измерить координаты двух точек, через которые проходит падающий луч, и двух точек, через которые проходит вышедший луч. В обоих случаях для повышения точности измерений рекомендуется выбирать точки, максимально удаленные друг от друга. Например, для падающего луча можно выбрать в качестве первой точки положение источника света, в качестве второй – точку падения луча на левую грань призмы.

В работе горизонтальное положение источника всегда остается неизменным, а горизонтальное положение точки падения луча света на левую грань призмы зависит только от преломляющего угла призмы. Поэтому при любом положении источника света горизонтальные координаты этих двух точек на падающем луче остаются неизменными. С помощью ползунка «**Положение источника света**» установите источник света в ЛЮБОЕ, например, самое нижнее (по отношению к экрану) положение.

Координаты источника света указаны на панели «**Источник света**». Линейки в области эксперимента расположены так, что у-координата точки падения луча света на левую грань призмы всегда равна нулю. Координаты остальных точек нужно измерять с помощью вертикальной и горизонтальной измерительных линеек. Обе эти линейки имеют ползунки, с которыми синхронизованы соответствующие измерительные линии. Чтобы измерить, например, горизонтальную координату какой-либо точки, сначала совместите с помощью ползунка «**X-координата**», расположенного над горизонтальной линейкой, связанную с ним измерительную линию с интересующей Вас точкой, затем выполните отсчет по горизонтальной линейке. Запишите его.

Используя эти инструменты, запишите горизонтальные координаты двух точек на падающем луче: x_1 – координата источника света; x_2 – координата точки падения.

Рассчитайте вспомогательную величину $\Delta x_1 = |x_2 - x_1|$.

5. Если точки 1 и 2, через которые проходит падающий луч света, имеют координаты (x_1, y_1) и (x_2, y_2) соответственно, то тангенс угла наклона падающего луча по отношению к горизонту $\text{tg } \gamma_1 = \frac{|y_2 - y_1|}{|x_2 - x_1|} = \frac{|y_2 - y_1|}{\Delta x_1}$,

где $\Delta x_1 = |x_2 - x_1|$, x_1 и x_2 – измеренные в предыдущем пункте координаты.

Угол наклона α_1 падающего луча по отношению к нормали левой грани призмы отличается от угла наклона γ_1 падающего луча по отношению к горизонту на половину преломляющего угла δ призмы:

$$\alpha_1 = \gamma_1 + \frac{\delta}{2}.$$

Следовательно, $\gamma_1 = \alpha_1 - \frac{\delta}{2}$, а $\frac{|y_2 - y_1|}{\Delta x_1} = \text{tg} \left(\alpha_1 - \frac{\delta}{2} \right)$.

В работе всегда $y_2 = 0$ (y – координата точки падения луча на призму). Тогда вертикальное положение y_1 источника света равно:

$$y_1 = \Delta x_1 \cdot \text{tg} \left(\alpha_1 - \frac{\delta}{2} \right).$$

По этой формуле рассчитайте вертикальное положение y_1 источника света, при котором свет будет падать на призму под заданным углом $\alpha_1 = 55^\circ$.

6. С помощью ползунка «**Положение источника света**» установите источник света в новое (рассчитанное в предыдущем пункте) положение. Если по техническим причинам не удастся выбрать положение источника света, в точности совпадающее с рассчитанным, выберите положение источника света наиболее близкое к рассчитанному. Точные координаты текущего положения источника света указываются на панели «**Источник света**».

Запишите установленную y -координату источника света.

7. Для определения угла наклона вышедшего из призмы луча измерьте координаты двух точек, через которые проходит этот луч: координаты точки выхода луча из правой грани призмы (x_3, y_3) и координаты точки падения луча на вертикальную измерительную линейку (x_4, y_4) . Для измерения координат выбранных точек используйте вертикальную и горизонтальную измерительные линейки. Обе эти линейки имеют ползунки, с которыми синхронизованы соответствующие измерительные линии. Чтобы измерить, например, горизонтальную координату какой-либо точки, сначала совместите с помощью ползунка «**X-координата**», расположенного над горизонтальной линейкой, связанную с ним измерительную линию с интересующей Вас точкой, затем выполните отсчет по

горизонтальной линейке. Запишите его. Измерения вертикальных координат выполняются аналогично, с помощью ползунка «*Y-координата*», расположенного справа от вертикальной линейки, и синхронизованной с ним измерительной линии.

Измерьте и запишите координаты двух точек на вышедшем луче: (x_3, y_3) и (x_4, y_4) .

8. С помощью кнопок на панели «*Призма*» выберите призму с преломляющим углом больше предыдущего с таким расчетом, чтобы в этом упражнении поочередно использовать все призмы.

Обратите внимание! Если свет падает на левую грань призмы, проходит внутри призмы, но НЕ выходит через правую грань – имеет место ***полное внутреннее отражение*** (преломление света на правой грани призмы невозможно).

Повторите опыты (пункты 4–7) для всех призм, имеющих в работе, для которых не наблюдается полное внутреннее отражение для заданного угла падения луча света на призму. Призмы выбирайте так, чтобы преломляющий угол постепенно увеличивался.

9. Для каждого эксперимента по координатам x_1, y_1 и x_2, y_2 рассчитайте угол γ_1 наклона по отношению к горизонту падающего луча:

$$\operatorname{tg}\gamma_1 = \frac{|y_2 - y_1|}{|x_2 - x_1|} \Rightarrow \gamma_1 = \operatorname{arctg} \frac{|y_2 - y_1|}{|x_2 - x_1|}.$$

С помощью координат x_3, y_3 и x_4, y_4 рассчитайте угол γ_2 наклона по отношению к горизонту вышедшего луча:

$$\gamma_2 = \operatorname{arctg} \frac{|y_4 - y_3|}{|x_4 - x_3|}.$$

Для удобства можно предварительно рассчитать величины $\Delta x_1 = |x_2 - x_1|$, $\Delta y_1 = |y_2 - y_1|$, $\Delta x_2 = |x_4 - x_3|$, $\Delta y_2 = |y_4 - y_3|$. А затем рассчитать искомые углы: $\gamma_1 = \operatorname{arctg} \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1}$ и $\gamma_2 = \operatorname{arctg} \frac{\Delta y_2}{\Delta x_2}$.

Зная углы γ_1, γ_2 наклона падающего и вышедшего лучей относительно горизонта, рассчитайте угол φ отклонения луча света от первоначального направления:

$$\varphi = \gamma_1 + \gamma_2.$$

РЕКОМЕНДУЕТСЯ рассчитывать углы в градусах с точностью до двух-трех десятичных знаков после запятой.

10. Постройте график зависимости угла отклонения луча света от преломляющего угла призмы.

11. Сделайте выводы:
- A. Как ведет себя угол отклонения луча света от первоначального направления с увеличением преломляющего угла призмы?
 - B. Является ли полученная зависимость монотонной?
 - C. Как полученная зависимость согласуется с теорией?
 - D. Можно ли считать, что выводы, сделанные в теории для малых углов, справедливы для углов, наблюдавшихся в эксперименте? Почему?

УПРАЖНЕНИЕ 2. Зависимость угла отклонения луча света от разности между углами наклона падающего и вышедшего лучей.

Необходимо получить экспериментальные данные и на их основе построить график угла отклонения луча света от первоначального направления в зависимости от разности между углами наклона падающего и вышедшего лучей для фиксированного преломляющего угла призмы (фиксированной призмы). Перед началом измерений необходимо подобрать призму с подходящим преломляющим углом.

12. Используя ползунок «*Длина волны*» и цветовую шкалу на панели «*Источник света*», выберите длину волны света, равную 490 нм (голубой свет).

13. Вертикальные координаты в области эксперимента отсчитываются от точки падения луча света на призму ($y_2 = 0$ всегда). Чтобы луч падал на призму горизонтально, необходимо, чтобы вертикальная координата источника света тоже равнялась нулю. С помощью ползунка «*Положение источника света*» установите источник света так, чтобы его вертикальная координата равнялась нулю. Точное значение положения источника света отображается на панели «*Источник света*».

14. Перебирая кнопки на панели «*Призма*» так, чтобы преломляющий угол призмы уменьшался, подберите призму с наибольшим преломляющим углом, для которой НЕ наблюдается полное внутреннее отражение. Эта призма будет использоваться во всех опытах упражнения 2.

15. Измерьте координаты двух точек на падающем и двух точек на вышедшем лучах, как описано в пунктах 4 и 7.

16. Рассчитайте углы наклона падающего и вышедшего лучей по отношению к горизонту, как описано в пункте 9.

17. Зная углы наклона падающего γ_1 и вышедшего γ_2 лучей относительно горизонта, для каждого эксперимента рассчитайте угол φ отклонения света от первоначального направления:

$$\varphi = \gamma_1 + \gamma_2$$

и разницу между углами наклона падающего и вышедшего лучей:

$$\Delta = \gamma_1 - \gamma_2.$$

18. Перемещая источник света с помощью ползунка «*Положение источника света*» по вертикали вниз на 1 см, повторите опыт 10–14 раз, начиная с пункта 15. Угол наклона падающего луча при этом в каждом опыте будет различным, а преломляющий угол призмы одинаковым.

19. Повторите опыты с той же призмой для света длиной волны 640 нм (красный свет) и различных положений источника света по вертикали. После изменения длины волны рекомендуется вновь добиться горизонтального падения луча света на призму и повторить опыты, начиная с пункта 15.

20. На графике зависимости угла отклонения луча света от разницы между углами наклона падающего и прошедшего лучей постройте две кривые, соответствующие разным длинам волн.

21. Сделайте выводы:

- A. Как ведет себя угол отклонения луча света от первоначального направления с увеличением разности между углами наклона падающего и вышедшего лучей?
- B. Является ли полученная зависимость монотонной?
- C. Если есть минимум или максимум, при каких условиях они наблюдаются?
- D. Какой разнице между углами наклона падающего и вышедшего лучей соответствует симметричный ход лучей?
- E. Как полученная зависимость согласуется с теорией?
- F. Можно ли считать, что выводы, сделанные в теории для малых углов, справедливы для углов, наблюдавшихся в эксперименте? Почему?

УПРАЖНЕНИЕ 3. Зависимость показателя преломления света от длины волны

Необходимо получить экспериментальные данные и на их основе построить графическую и аналитическую (на основе формулы Коши) зависимости показателя преломления вещества, из которого изготовлена призма, от длины волны света. В упражнении также необходимо рассчитать средний показатель преломления и число Аббе. Измерения рекомендуется выполнять с использованием призм с тремя различными преломляющими углами.

22. С помощью ползунка «*Положение источника света*» установите источник света в самое нижнее (по отношению к экрану) положение.

23. С помощью ползунка «*Длина волны*» на панели «*Источник света*» выберите минимальную (из доступных) длину волны источника света.

24. Переключая кнопки на панели **«Призма»**, подберите призму с таким преломляющим углом, чтобы вышедший из призмы через правую грань луч упал на вертикальную линейку как можно ниже (в пределах области эксперимента).

Для этого сначала выберите призму с максимальным преломляющим углом (призма 11). Наблюдайте за ходом лучей. Если наблюдается полное внутреннее отражение или луч, вышедший из призмы, не попадает на вертикальную измерительную линейку, возьмите призму с меньшим преломляющим углом.

Для оптимальных условий изучения дисперсии необходимо чтобы и преломляющий угол призмы был как можно больше, и угол между нормалью к грани призмы и лучом был максимально большим (но доступным для измерения), как для падающего, так и для вышедшего луча. Подберите призму, удовлетворяющую этим условиям. Запишите ее преломляющий угол.

В дальнейшем в опытах будут участвовать еще две призмы с меньшими преломляющими углами.

25. Не меняя положение источника света, с помощью ползунка **«Длина волны»** на панели **«Источник света»** выберите длину волны, равную 400 нм.

26. По возможности для выбранной призмы постарайтесь добиться такого хода лучей, при котором вышедший луч падает на вертикальную измерительную линейку как можно ниже. Для этого можно немного сместить источник света с помощью ползунка **«Положение источника света»**. Запишите координаты источника света и не меняйте их во всех опытах с выбранной призмой.

27. Измерьте координаты двух точек, через которые проходит падающий луч, и двух точек, через которые проходит вышедший луч, как описано в пунктах 4 и 7.

28. Углы наклона падающего и вышедшего лучей по отношению к горизонту рассчитайте, как описано в пункте 9.

РЕКОМЕНДУЕТСЯ рассчитывать углы в градусах с точностью до двух-трех десятичных знаков после запятой (более грубые расчеты сделают изучение дисперсии недостоверным).

29. Углы наклона α_1 , α_2 падающего и вышедшего лучей по отношению к нормальям соответствующих граней призмы отличаются от углов наклона γ_1 , γ_2 падающего и вышедшего лучей по отношению к горизонту на половину преломляющего угла δ призмы:

$$\alpha_1 = \gamma_1 + \frac{\delta}{2} \text{ и } \alpha_2 = \gamma_2 + \frac{\delta}{2}.$$

Рассчитайте углы наклона α_1, α_2 падающего и вышедшего лучей по отношению к граням призмы. При расчетах количество значащих цифр углов α_1, α_2 должно быть таким же, как у углов γ_1, γ_2 .

30. Для расчета показателя преломления используйте формулу

$$n = \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + 2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \delta}{\sin^2 \delta}},$$

где α_1, α_2 – углы наклона падающего и вышедшего лучей по отношению к нормальям соответствующих граней призмы, δ – преломляющий угол призмы.

31. Повторите измерения и расчеты еще для трех длин волн, отличающихся друг от друга на 90 нм, не изменяя положение источника света (как описано в пунктах 27–30). Например, для призмы, выбранной в пункте 24, измерения проводят для длин волн: 400, 490, 580 и 670 нм (см. Таблицу).

32. Чем больше преломляющий угол призмы, тем больше угол отклонения луча от его первоначального направления, и тем меньше погрешность измерений в опытах с такой призмой. Поэтому из всех возможных вариантов для выполнения упражнения 3 рекомендуется выбрать три разные призмы так, чтобы их преломляющие углы можно было считать наибольшими (с учетом призмы, выбранной в пункте 24).

Таблица

*Измерение показателя преломления призмы
методом наименьшего угла*

Длина волны λ , нм	Падающий луч						Вышедший луч						$\gamma_1, ^\circ$	$\gamma_2, ^\circ$	$\alpha_1, ^\circ$	$\alpha_2, ^\circ$	$\sin \alpha_1$	$\sin \alpha_2$	Показатель преломления n
	x_1 , см	y_1 , см	x_2 , см	y_2 , см	Δx_1 , см	Δy_1 , см	x_3 , см	y_3 , см	x_4 , см	y_4 , см	Δx_2 , см	Δy_2 , см							
400																			
490																			
580																			
670																			

С учетом этих рекомендаций выбирайте призму с меньшим преломляющим углом, чем в пункте 24. Для второй призмы выберите длину волны 430 нм (а для третьей – 460 нм) и вновь отрегулируйте положение источника света, как в пункте 26.

Выполните измерения и расчеты для четырех длин волн света, отличающихся друг от друга на 90 нм, начиная с 430 нм для второй призмы и с 460 нм – для третьей призмы (как в пунктах 27–30).

33. Показатель преломления является характеристикой вещества и не зависит от геометрии призмы. Поэтому по результатам опытов со всеми тремя призмами постройте один график зависимости показателя преломления n от длины волны λ . Проанализируйте, какой характер носит построенная зависимость. Учитывая, что все оптические стекла не имеют полос поглощения в видимом диапазоне, построенная зависимость должна носить монотонный характер – нормальная дисперсия.

34. По результатам опытов со всеми тремя призмами рассчитайте величину z , обратную квадрату длины волны $z = \lambda^{-2}$. Учитывая длины волн видимого диапазона, результаты расчетов удобно выразить в единицах 10^{-4} нм^{-2} . Постройте график зависимости показателя преломления n от величины z , обратной квадрату длины волны в соответствующих единицах. Согласно теории эта зависимость должна носить линейный характер.

35. Для определения числовых параметров аналитической зависимости показателя преломления от длины волны сначала рассчитайте следующие суммы:

$$S_z = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k z_i, \quad S_{zz} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k z_i^2, \quad S_n = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k n_i, \quad S_{zn} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k z_i \cdot n_i,$$

где k – количество длин волн, для которых проводились измерения.

Далее рассчитайте константы A и B по формулам (по методу наименьших квадратов):

$$A = \frac{S_n S_{zz} - S_z S_{zn}}{S_{zz} - S_z^2}, \quad B = \frac{S_{zn} - S_z S_n}{S_{zz} - S_z^2}.$$

36. Учитывая полученные в предыдущем пункте параметры A и B , по формуле Коши (зависимости показателя преломления от длины волны) $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$ рассчитайте показатель преломления n_C для красной линии водорода (656,3 нм), n_d для желтой линии гелия (587,6 нм) и n_F для голубой линии водорода (486,1 нм).

37. Рассчитайте коэффициент дисперсии (число Аббе) и средний показатель преломления по формулам

$$V = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad \text{и} \quad \bar{n} = \frac{1}{2}(n_C + n_F).$$

38. Сравните табличное значение $V_{\text{таб}}$ числа Аббе со значением V , полученным в эксперименте. Вычислите относительную погрешность $\frac{|V - V_{\text{таб}}|}{V_{\text{таб}}} \cdot 100\%$ в процентах.

39. Сделайте выводы.

- A. Как ведет себя показатель преломления с увеличением длины волны света, проходящего через призму?
- B. Какой характер дисперсии (нормальный или аномальный) имеют изученные вещества (материалы) в видимой области спектра?
- C. Как сильно отличаются значения показателя преломления изученного вещества в видимой части спектра?
- D. С каким преломляющим углом следует выбирать призмы для проведения опытов по изучению дисперсии света? Почему?
- E. Какой аналитической формулой описывается зависимость показателя преломления вещества от длины волны?
- F. Сравните значения коэффициента дисперсии и среднего показателя преломления, полученные экспериментально, с табличными данными.

Контрольные вопросы

1. Что характеризует показатель преломления?
2. Какое явление называют дисперсией света? При каких условиях наблюдаются нормальная, аномальная дисперсии света?
3. Как классическая электронная теория объясняет дисперсию света?
4. Какой зависимостью описывается дисперсия для оптических стекол в области видимого излучения?
5. Какие характеристики используются для описания оптических стекол в физических или технических справочниках (таблицах)?
6. В чем состоит закон преломления света на границе раздела двух сред?
7. Получите формулу для расчета показателя преломления по ходу лучей в треугольной призме.
8. Кратко опишите последовательность выполнения работы.

АНОМАЛЬНАЯ ДИСПЕРСИЯ СВЕТА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ (лабораторная работа № МодО-02)

Цель работы: 1) изучить на компьютере физическую модель дисперсии показателя преломления и показателя поглощения света алмазоподобного полупроводника в инфракрасной области спектра; 2) определить собственную частоту оптических колебаний и эффективного заряда ионов кристаллической решетки полупроводника.

Введение

Показатель преломления вещества n – безразмерная физическая величина, характеризующая отношение скорости света c в вакууме к фазовой скорости v распространения света (как электромагнитной волны) в веществе:

$$n = \frac{c}{v}.$$

Дисперсия света – это явление зависимости показателя преломления вещества от длины волны (или частоты) света, или, что то же самое, зависимость фазовой скорости распространения света в веществе от длины волны (или частоты).

Свет как электромагнитное излучение подразделяется на несколько диапазонов:

- ультрафиолетовое излучение (10 нм – 380 нм);
- видимое излучение (380 нм – 740 нм);
- инфракрасное излучение (740 нм – 1 мм).

В видимом диапазоне для всех прозрачных веществ показатель преломления n увеличивается с уменьшением длины волны λ света:

$$\frac{dn}{d\lambda} < 0.$$

В видимом диапазоне длина волны света увеличивается от фиолетового (380–440 нм) к красному (625–740 нм). То есть для оптически прозрачных сред красный свет имеет минимальный показатель преломления (максимальную скорость распространения), а фиолетовый – максимальный показатель преломления (минимальную скорость распространения). Такую дисперсию света называют **нормальной**. Экспериментально дисперсия (нормальная дисперсия) света открыта

И. Ньютоном около 1672 г., хотя теоретически была объяснена значительно позднее.

Дисперсия света называется **аномальной**, если показатель преломления n уменьшается с уменьшением длины волны λ света: $\frac{dn}{d\lambda} > 0$. Это явление было открыто французским физиком Ф.П. Леру в 1860 г. Область длин волн, в которой наблюдается аномальная дисперсия, соответствует ширине полосы поглощения данного вещества. Если вещество имеет несколько полос поглощения, то аномальная дисперсия наблюдается вблизи каждой из них. Вдали от полосы поглощения дисперсия того же вещества носит нормальный характер (рис. 1). В инфракрасной области спектра (10^{-2} – 10^2 мкм) практически у всех полупроводников наблюдается аномальная дисперсия.

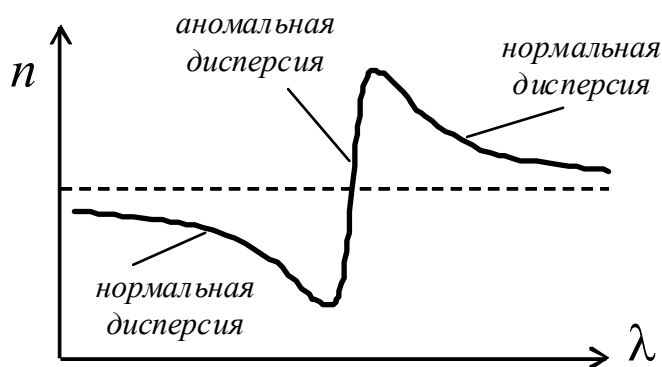


Рис. 1. Зависимость показателя преломления света от длины волны

Классическая теория дисперсии

Для объяснения дисперсии света (зависимости показателя преломления вещества от длины волны света) необходимо рассмотреть теорию взаимодействия света с веществом, которая может быть построена в рамках как классической, так и квантовой физики.

В рамках классической теории электромагнитных волн (теории Максвелла) фазовая скорость v распространения света в среде с диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостью равна:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}.$$

Тогда показатель преломления n среды (вещества):

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu}.$$

Для большинства прозрачных сред $\mu \approx 1$. Поэтому при изучении оптических явлений можно полагать, что

$$n = \sqrt{\varepsilon} \text{ или } n^2 = \varepsilon.$$

В общем случае и показатель преломления, и диэлектрическая проницаемость среды ε являются комплексными величинами. Чтобы подчеркнуть этот факт, для комплексного показателя преломления и диэлектрической проницаемости иногда вводят специальные обозначения, например, \tilde{n} и $\tilde{\varepsilon}$:

$$\tilde{n} = n + in'; \quad \tilde{\varepsilon} = \varepsilon + i\varepsilon'; \quad \tilde{n}^2 = \tilde{\varepsilon}.$$

Вещественная часть (компонента) комплексного показателя преломления \tilde{n} – вещественный **показатель преломления** n , а мнимая часть (компонента) – **показатель поглощения** n' . Если при прохождении света через вещество поглощение отсутствует, то $n' = 0$ и $\tilde{n} = n$. Это типичная ситуация для условий, когда наблюдается нормальная дисперсия света. Аномальная дисперсия света наблюдается вблизи полосы поглощения, где $n' \neq 0$. Поэтому при изложении теории аномальной дисперсии ни показателем поглощения n' , ни мнимой частью диэлектрической проницаемости ε' пренебречь нельзя. Тогда

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + i\varepsilon' = \tilde{n}^2 = (n + in')^2 = (n^2 - n'^2) + i \cdot 2nn'.$$

Следовательно, вещественные и мнимые компоненты диэлектрической проницаемости и показателя преломления связаны следующей системой уравнений:

$$n^2 - n'^2 = \varepsilon,$$

$$2nn' = \varepsilon'.$$

Диэлектрическая проницаемость ε среды определяется ее диэлектрической восприимчивостью \varkappa :

$$\varepsilon = 1 + \varkappa.$$

В изотропной однородной среде ε и \varkappa являются скалярными величинами, которые не зависят от пространственных координат.

По определению диэлектрическая восприимчивость \varkappa связывает поляризованность \vec{P} диэлектрика, возникающую в результате его взаимодействия с электромагнитной волной, с напряженностью \vec{E} электрического поля этой волны:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \varkappa \vec{E}, \text{ или в скалярном виде } P = \varepsilon_0 \varkappa E,$$

где $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 \cdot \text{с}^2 / (\text{кг} \cdot \text{м}^3)$ – электрическая постоянная (диэлектрическая проницаемость вакуума).

Отсюда легко получить связь между диэлектрической проницаемостью и вектором поляризованности:

$$\varepsilon = 1 + \varkappa = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}.$$

Поляризованность \vec{P} полупроводника может быть вызвана разными механизмами взаимодействия света с веществом. Одним из механизмов, приводящих к поляризованности полупроводника, является взаимодействие света с ионами кристаллической решетки.

Рассмотрим взаимодействие света с ионами кристаллической решетки алмазоподобных полупроводников, собственные (тепловые) колебания которых при нормальных условиях (давление 1 атм., температура 20°C) происходят с частотами, соответствующими инфракрасному диапазону спектра.

Алмазоподобные полупроводники $A^{\text{III}}B^{\text{V}}$ состоят из атомов (ионов) двух сортов A и B , относящихся к III и V группам периодической системы Менделеева. Закономерность расположения атомов A и B в пространстве определяет физические и химические свойства полупроводника. Геометрическая модель расположения атомов в кристалле называется *кристаллической решеткой*.

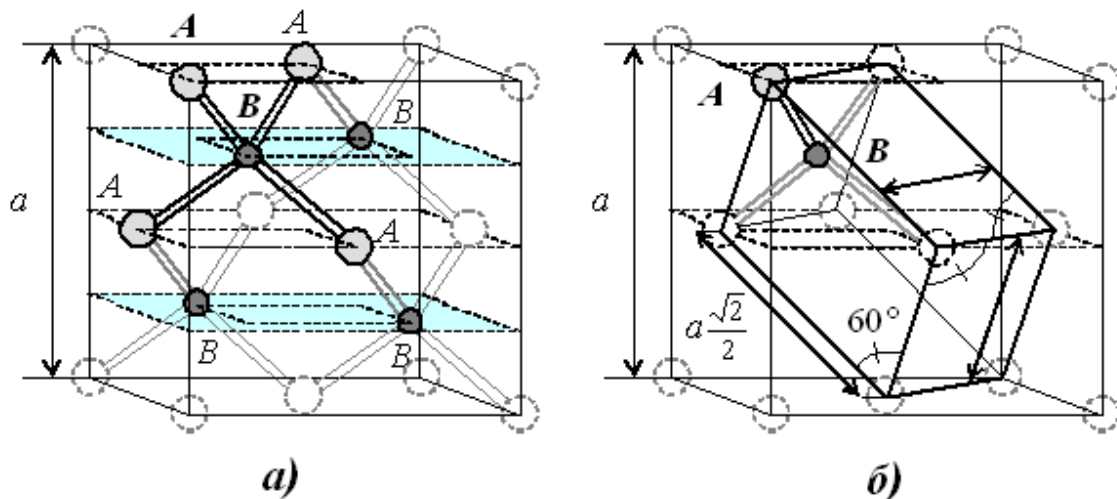


Рис. 2. Ячейка Браве (а) и элементарная ячейка (б) кристаллической решетки алмазоподобного полупроводника

Кристаллическая решетка имеет регулярную (периодическую) структуру. Фрагмент кристаллической решетки, сохраняющий физические и химические свойства всего кристалла, последовательным про-



Огюст Браве (1811–1863) – французский физик, один из основателей кристаллографии.

пространственным повторением (параллельным переносом) которого образуется весь кристалл, называется *элементарной ячейкой*. Выбор элементарной ячейки кристаллической решетки неоднозначен.

Симметричной ячейкой решетки кристалла – *ячейкой Браве*³³ – принято считать наименьшую ячейку, обладающую всеми свойствами симметрии кристаллической решетки. Ячейка Браве алмазоподобного полупроводника имеет форму куба с ребром a , в вершинах которого находятся атомы одного сорта, при этом атомы разного сорта внутри куба образуют четыре параллельные плоскости (рис. 2, a). Атомы одного сорта, расположенные в одной плоскости, определенным образом смещены в пространстве по

отношению к атомам другого сорта, расположенным в соседней плоскости. Такое расположение обусловлено химическими связями. При параллельном переносе ячейки Браве вдоль любого ребра на длину ребра структура кристаллической решетки полностью повторяется. Атомы, дублируемые при параллельном переносе, относят к соседней ячейке Браве. Поэтому считают, что ячейка Браве алмазоподобного полупроводника содержит 8 атомов: по 2 атома в каждой плоскости.

Длина ребра a ячейки Браве называется *периодом решетки*. Период кристаллической решетки a – физическая величина, характеризующая регулярность строения кристалла в некоторых физически выделенных направлениях (перпендикулярно плоскостям, образованным одинаковыми атомами). Период кристаллической решетки приводится в справочниках наряду с другими константами, характеризующими свойства кристаллов.

Анализируя расположение атомов кристалла в ячейке Браве, можно выделить наименьший повторяющийся фрагмент (элементарную ячейку), описывающий связь одного атома B с четырьмя атомами A (рис. 2, b). Такая (наименьшая) ячейка, как правило, обладает меньшей симметрией по сравнению с ячейкой Браве и называется *элементарной* или *кристаллической* (см. выше). Если эта ячейка содержит один атом, она называется *примитивной*, если атомов больше одного, ячейка на-

³³ Огюст Браве (1811–63), французский кристаллограф. Положил начало геометрической теории пространственных решеток кристаллов (решетки Браве).

зывается *сложной* или *с базисом*. Элементарная ячейка алмазоподобного полупроводника имеет форму наклонного параллелепипеда, все грани которого являются ромбами со сторонами $a\sqrt{2}/2$ и углами между ними 60° и 120° . Она содержит два атома: по одному атому каждого сорта, т. е. является сложной. Объем ячейки Браве алмазоподобного полупроводника в четыре раза больше элементарной ячейки.

Кристаллические решетки алмазоподобных полупроводников, образованные химическими элементами, относящимися к III и V группам периодической системы, имеют ковалентный полярный тип химической связи, которая характеризуется частичным перераспределением валентных электронов между элементами разного сорта. Поэтому в узлах кристаллической решетки располагаются не нейтральные атомы, а заряженные ионы. В отсутствие внешних полей и тепловых колебаний³⁴ дипольные моменты элементарных ячеек кристалла равны нулю: $\vec{P} = \sum \vec{p} = 0$. Во внешнем электрическом поле элементарные ячейки приобретают дипольные моменты. При этом поляризованность \vec{P} полупроводника в целом равна сумме дипольных моментов \vec{p} физических тождественных элементарных ячеек кристаллической решетки в единице объема:

$$\vec{P} = N\vec{p} \text{ или в скалярном виде } P = Np,$$

где N – число элементарных ячеек кристаллической решетки в единице объема.

Подставив P в выражение для диэлектрической проницаемости, получим

$$\varepsilon = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{E}.$$

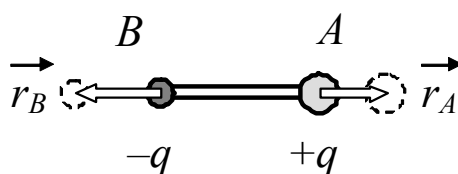


Рис. 3. Дипольный момент элементарной ячейки кристаллической решетки алмазоподобного полупроводника

³⁴ При тепловых колебаниях (продольных оптических) дипольные моменты элементарных ячеек алмазоподобных полупроводников A^3B^5 кристалла становятся отличными от нуля, что приводит к появлению в кристалле продольных электромагнитных волн.

Таким образом, чтобы получить зависимость диэлектрической проницаемости ϵ от длины волны λ (частоты ω) света, необходимо определить, как зависит от частоты ω дипольный момент p элементарной ячейки кристаллической решетки полупроводника, в состав которой входят два иона разного сорта (рис. 3).

Кристалл в целом является электронейтральным. Элементарные ячейки кристаллической решетки полупроводника тождественны и также должны быть электронейтральны. Поэтому заряды ионов A и B равны по модулю и противоположны по знаку $+q$ и $-q$. Дипольный момент такой элементарной ячейки \vec{p} возникает вследствие относительного смещения \vec{r} образующих ее ионов с зарядами $+q$ и $-q$:

$$\vec{p} = q\vec{r}.$$

Механизм взаимодействия света (электромагнитной волны) с полупроводником можно представить как вынужденные колебания ионов кристаллической решетки относительно положений равновесия под действием внешней гармонической силы (электрического поля электромагнитной волны). Свет является поперечной волной, поэтому он может взаимодействовать только с поперечными колебаниями решетки, при которых центр тяжести элементарной ячейки остается в покое³⁵.

Рассмотрим силы, действующие на ионы, входящие в состав элементарной ячейки кристаллической решетки, при наличии переменного электрического поля.

При нормальных условиях колебания ионов в узлах кристаллической решетки малы (много меньше периода решетки). Тогда **силы**, удерживающие ионы в положениях равновесия кристаллической решетки, можно считать **квазиупругими** $\vec{F}_{упр A} = -z\vec{r}$ и $\vec{F}_{упр B} = -z(-\vec{r})$, имеющими одинаковый для ионов разного сорта (A и B) «коэффициент жесткости» z и пропорциональными относительному смещению ионов $\vec{r} = \vec{r}_A - \vec{r}_B$, где \vec{r}_A и \vec{r}_B – смещения ионов A и B относительно положения равновесия в элементарной ячейке кристаллической решетки соответственно (рис. 3). Такое приближение называется гармоническим.

На движение ионов под действием упругих сил может оказывать влияние взаимодействие с различного сорта дефектами³⁶ кристаллической решетки. Поэтому по аналогии с затухающими колебаниями для взаимодействия ионов кристалла с дефектами можно ввести **силу тре-**

³⁵ Такие колебания ионов кристаллической решетки называются поперечными оптическими колебаниями.

³⁶ Примесные атомы, дислокации, свободные носители заряда.

ния $\vec{F}_{mp A} = -m_A b \dot{\vec{r}}_A$ и $\vec{F}_{mp B} = -m_B b \dot{\vec{r}}_B$, пропорциональную скорости колеблющихся частиц. Эта сила описывает затухание собственных колебаний ионов. Коэффициент «трения» b – эмпирическая величина, которая не зависит от массы иона и в литературе определяется с точностью до постоянного множителя (например, $\vec{F}_{mp} = -mb\vec{v}$ или $\vec{F}_{mp} = -m2b\vec{v}$, исходя из удобства анализа решения дифференциального уравнения движения).

Переменное электрическое поле \vec{E} электромагнитной волны по отношению к собственным колебаниям ионов с зарядами $+q$ и $-q$ выступает в роли **внешней вынуждающей силы**: $\vec{F}_{вн A} = q\vec{E}$ и $\vec{F}_{вн B} = -q\vec{E}$.

Под действием всех рассмотренных выше сил ионы кристаллической решетки движутся ускоренно. Согласно второму закону Ньютона уравнения движения ионов принимают вид:

$$m_A \ddot{\vec{r}}_A = \vec{F}_{упр A} + \vec{F}_{mp A} + \vec{F}_{вн A}, \text{ или } \ddot{\vec{r}}_A = -\frac{z}{m_A} \vec{r} - b \dot{\vec{r}}_A + \frac{q}{m_A} \vec{E}.$$

$$m_B \ddot{\vec{r}}_B = \vec{F}_{упр B} + \vec{F}_{mp B} + \vec{F}_{вн B}, \text{ или } \ddot{\vec{r}}_B = \frac{z}{m_B} \vec{r} - b \dot{\vec{r}}_B - \frac{q}{m_B} \vec{E}.$$

Вычитая одно уравнение из другого, получим уравнение, описывающее относительное движение ионов:

$$\ddot{\vec{r}}_A - \ddot{\vec{r}}_B = \ddot{\vec{r}} = -\frac{z}{m} \vec{r} - b \dot{\vec{r}} + \frac{q}{m} \vec{E},$$

или уравнение движения материальной точки с приведенной массой $m = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}$ ($1/m = 1/m_A + 1/m_B$) относительно неподвижного положения центра инерции. Полученное уравнение можно представить в виде

$$\ddot{\vec{r}} = -\omega_T^2 \vec{r} - b \dot{\vec{r}} + \frac{q}{m} \vec{E},$$

где $\omega_T = \sqrt{\frac{z}{m}}$ – **частота собственных (тепловых) незатухающих колебаний ионов кристаллической решетки полупроводника**.

Напряженность электрического поля \vec{E} электромагнитной волны изменяется со временем по гармоническому закону:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t,$$

где \vec{E}_0 – амплитуда вектора напряженности электрического поля, ω – частота поля (света). То же самое можно записать в комплексном виде

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}.$$

Тогда дифференциальное уравнение примет вид:

$$\ddot{\vec{r}} + b\dot{\vec{r}} + \omega_T^2 \vec{r} = \frac{q}{m} \vec{E}_0 e^{-i\omega t}.$$

Из теории дифференциальных уравнений известно, что решение полученного неоднородного уравнения представляет собой сумму общего решения однородного уравнения (уравнения затухающих колебаний) и частного решения неоднородного уравнения.

Общее решение однородного уравнения (уравнения затухающих колебаний) $\ddot{\vec{r}} + b\dot{\vec{r}} + \omega_T^2 \vec{r} = 0$ с точностью до начальных условий имеет вид:

$$\vec{r} = \vec{r}_{max} e^{-bt/2} \cos\left(\sqrt{\omega_T^2 - (b/2)^2} \cdot t\right).$$

Эта часть решения не зависит от частоты вынуждающей силы (частоты света), поэтому не влияет на дисперсионные свойства вещества.

Рассмотрим частное решение неоднородного уравнения. Из теории дифференциальных уравнений известно, что его следует искать в виде, аналогичном виду вынуждающей силы: $\vec{r} = \vec{r}_0 e^{-i\omega t}$, где \vec{r}_0 – некоторая константа.

Дважды продифференцируем выражение $\vec{r} = \vec{r}_0 e^{-i\omega t}$ по времени:

$$\dot{\vec{r}} = -i\omega \vec{r}_0 e^{-i\omega t} = -i\omega \vec{r} \text{ и } \ddot{\vec{r}} = -\omega^2 \vec{r}_0 e^{-i\omega t} = -\omega^2 \vec{r}.$$

Подставив значения производных в исходное дифференциальное уравнение, получим:

$$(\omega_T^2 - \omega^2 - ib\omega)\vec{r} = \frac{q}{m} \vec{E}_0 e^{-i\omega t} = q\vec{E} / m.$$

Из этого уравнения получаем частное решение неоднородного дифференциального уравнения для вектора относительного отклонения ионов:

$$\vec{r} = \frac{q\vec{E} / m}{(\omega_T^2 - \omega^2 - ib\omega)} \text{ или } \vec{r} = \frac{q\vec{E}}{m} \frac{(\omega_T^2 - \omega^2 + ib\omega)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2}.$$

В результате для вектора дипольного момента $\vec{p} = q\vec{r}$ элементарной ячейки кристаллической решетки получаем выражение, которое определяется колебаниями электрического поля:

$$\vec{p} = q\vec{r} = \frac{q^2 \vec{E}}{m} \frac{(\omega_T^2 - \omega^2 + ib\omega)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2},$$

или в скалярной форме
$$p = \frac{q^2 E}{m} \frac{(\omega_T^2 - \omega^2 + ib\omega)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}.$$

Подставляя данное выражение для дипольного момента, получим зависимость комплексной диэлектрической проницаемости полупроводника от частоты света:

$$\tilde{\varepsilon} = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{E} \Rightarrow \tilde{\varepsilon} = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{m} \frac{(\omega_T^2 - \omega^2 + ib\omega)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}.$$

Таким образом, классическая теория взаимодействия света с веществом позволяет получить зависимость комплексной диэлектрической проницаемости от частоты падающего на полупроводник света.

Анализ дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости, показателя преломления и показателя поглощения

Определим значение диэлектрической проницаемости ε вдали от частоты собственных колебаний ионов кристаллической решетки.

При больших частотах $\omega \gg \omega_T$ ($\omega \rightarrow \infty$) обозначим диэлектрическую проницаемость через ε_∞ – высокочастотная диэлектрическая проницаемость:

$$\varepsilon_\infty = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \varepsilon \rightarrow 1.$$

На практике ε_∞ отлично от единицы, так как это практически постоянное значение измеряется при больших по сравнению с ω_T ($\omega \gg \omega_T$), но не бесконечных частотах³⁷. С учетом этого выражение для диэлектрической проницаемости следует записать в виде

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_\infty + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{m} \frac{(\omega_T^2 - \omega^2 + ib\omega)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}.$$

При малых частотах $\omega \ll \omega_T$ ($\omega \rightarrow 0$) обозначим диэлектрическую проницаемость через ε_s – низкочастотная (статическая) диэлектрическая проницаемость:

$$\varepsilon_s = \lim_{\omega \rightarrow 0} \varepsilon \rightarrow \varepsilon_\infty + \frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{m} \frac{1}{\omega_T^2}.$$

³⁷ Значение ε_∞ определяется взаимодействием света с валентными электронами, при частотах, которые достаточны для перехода этих электронов через запрещенную зону в зону проводимости в результате поглощения фотонов этого света.

Из полученных выражений следует, что ε_∞ и ε_s – константы, не зависящие от частоты ω падающего света, а зависящие только от природы полупроводника. Тогда

$$\frac{N}{\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{m} = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \omega_T^2.$$

С учетом введенных обозначений дисперсионную (частотную) зависимость диэлектрической проницаемости можно записать в виде

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_\infty + \omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{(\omega_T^2 - \omega^2 + ib\omega)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2},$$

или
$$\tilde{\varepsilon} = \left(\varepsilon_\infty + \omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{(\omega_T^2 - \omega^2)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2} \right) + i \left(\frac{\omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) b \omega}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2} \right).$$

Учитывая, что $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + i\varepsilon'$, можно записать вещественную и мнимую части диэлектрической проницаемости в виде

$$\varepsilon = \varepsilon_\infty + \omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{(\omega_T^2 - \omega^2)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2},$$

$$\varepsilon' = \frac{\omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) b \omega}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}.$$

Проанализируем полученные зависимости $\varepsilon(\omega)$ и $\varepsilon'(\omega)$.

График зависимости ε от частоты имеет максимум и минимум. График зависимости ε' от частоты имеет только максимум (рис. 4) при частоте, близкой к частоте ω_T собственных колебаний ионов. При удалении от частоты ω_T собственных колебаний ионов мнимая компонента ε' диэлектрической проницаемости постепенно убывает до нуля. При удалении от частоты ω_T вещественная компонента ε диэлектрической проницаемости стремится с одной стороны к ε_s , а с другой – к ε_∞ .

Используя связь между вещественной и мнимой компонентами диэлектрической проницаемости с показателем преломления n и показателем поглощения n'

$$\begin{aligned} n^2 - n'^2 &= \varepsilon, \\ 2n \cdot n' &= \varepsilon', \end{aligned}$$

можно получить их зависимость от частоты падающего света, которая представлена на рис. 5. Показатель поглощения имеет максимум при некоторой частоте, близкой к ω_T . При удалении от этой частоты показатель поглощения n' постепенно уменьшается до нуля. Показатель преломления

n имеет максимум и минимум вблизи частоты ω_T . При больших частотах ($\omega \gg \omega_T$) показатель преломления n стремится к $\sqrt{\varepsilon_\infty}$, т. к.

$$\varepsilon \rightarrow \varepsilon_\infty \text{ при } \omega \rightarrow \infty, \text{ следовательно, } n' \rightarrow 0, \text{ а } n^2 \rightarrow \varepsilon = \varepsilon_\infty.$$

Аналогично рассуждая, можно показать, что при малых частотах ($\omega \ll \omega_T$) показатель преломления n стремится к значению $\sqrt{\varepsilon_s}$. То есть

$$n_\infty = \sqrt{\varepsilon_\infty} \text{ и } n_s = \sqrt{\varepsilon_s}.$$

На рис. 4, 5 отмечены частоты ω_{\max} и ω_{\min} , соответствующие максимуму и минимуму ε , а также частота собственных колебаний ионов ω_T , которая близка к положению максимума ε' . Из рисунка видно, что положения максимумов и минимумов зависимостей $n(\omega)$ и $n'(\omega)$ НЕ совпадают с положениями максимумов и минимумов зависимостей $\varepsilon(\omega)$ и $\varepsilon'(\omega)$. Это объясняется нелинейной связью между величинами n , n' и величинами ε , ε' .

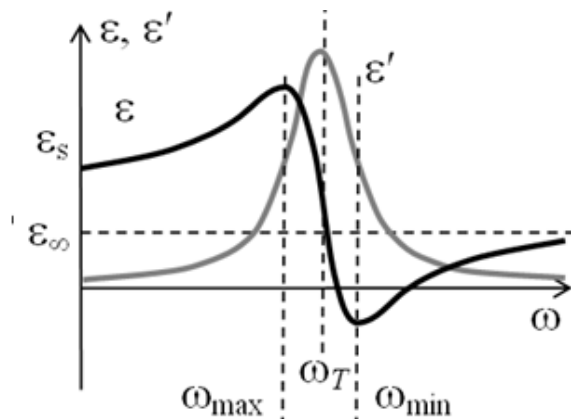


Рис. 4. Зависимость вещественной и мнимой части диэлектрической проницаемости от частоты света

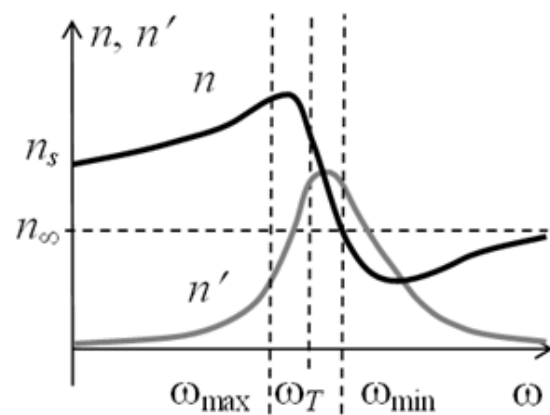


Рис. 5. Зависимость показателя преломления и показателя поглощения от частоты света

Так как длина волны света обратно пропорциональна частоте $\lambda = 2\pi c/\omega$, зависимости $n(\lambda)$, $n'(\lambda)$, $\varepsilon(\lambda)$, $\varepsilon'(\lambda)$ от длины волны λ будут носить обратный характер по сравнению с частотными зависимостями. На рис. 6, 7 отмечены длины волн λ_{\max} и λ_{\min} , соответствующие максимуму и минимуму ε , а также длина волны света с частотой собственных колебаний ионов ω_T , которая близка к положению максимума ε' . Здесь положения максимумов и минимумов зависимостей $\varepsilon(\lambda)$, $\varepsilon'(\lambda)$ также не совпадают с положениями максимумов и минимумов зависимостей $n(\lambda)$, $n'(\lambda)$.

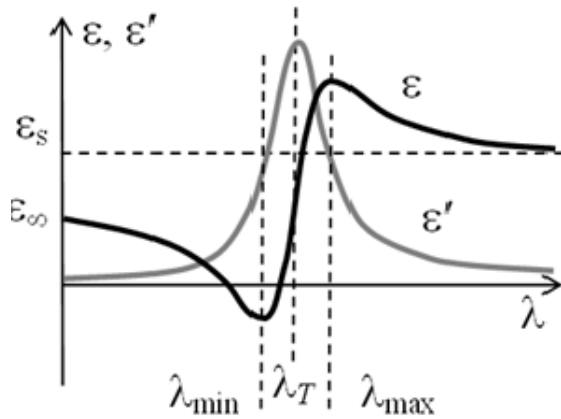


Рис. 6. Зависимости вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости от длины волны света

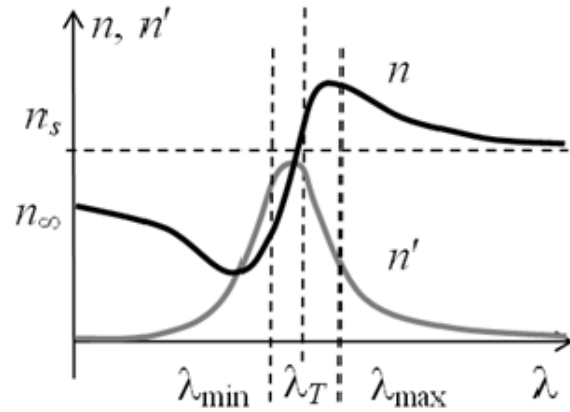


Рис. 7. Зависимости показателя преломления и показателя поглощения от длины волны света

Рабочие формулы

Определение параметров дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости

Расчеты будем производить на основе экспериментально полученных зависимостей $n(\lambda)$, $n'(\lambda)$. По этим зависимостям с помощью формул

$$\begin{aligned}\varepsilon &= n^2 - n'^2, \\ \varepsilon' &= 2n n'\end{aligned}$$

можно получить зависимости $\varepsilon(\lambda)$, $\varepsilon'(\lambda)$ или $\varepsilon(\omega)$, $\varepsilon'(\omega)$.

Для определения значений параметров ω_T и b , входящих в ε и ε' , исследуем на экстремум $\varepsilon(\omega)$.

Вещественная часть диэлектрической проницаемости имеет вид:

$$\varepsilon = \varepsilon_\infty + \omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{(\omega_T^2 - \omega^2)}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}.$$

Найдем ее производную и приравняем к нулю.

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon}{d\omega} &= \\ &= 2\omega_T^2 (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{-\omega((\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2) - (\omega_T^2 - \omega^2)(-2\omega(\omega_T^2 - \omega^2) + b^2 \omega)}{((\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2)^2}.\end{aligned}$$

Приравняв числитель этого выражения к нулю, получим:

$$\begin{aligned}\omega((\omega_T^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2) + (\omega_T^2 - \omega^2)(-2(\omega_T^2 - \omega^2) + b^2)\omega &= 0, \\ (\omega_T^2 - \omega^2)^2 - b^2 \omega_T^2 &= 0 \text{ или } \omega^2 = \omega_T^2 \pm b\omega_T.\end{aligned}$$

Следовательно, функция $\varepsilon(\omega)$ имеет максимум и минимум при частотах

$$\omega_{\max} = \sqrt{\omega_T^2 - b\omega_T} \text{ и } \omega_{\min} = \sqrt{\omega_T^2 + b\omega_T}.$$

Таким образом, для получения значений параметров ε_∞ , ε_s , ω_T и b , определяющих зависимость диэлектрической проницаемости от длины волны (частоты падающего света), необходимо измерить показатель преломления света n_s при $\omega \ll \omega_T$, n_∞ при $\omega \gg \omega_T$ и определить, при каких частотах ω_{\max} и ω_{\min} наблюдаются максимальное и минимальное значения вещественной компоненты ε диэлектрической проницаемости. Тогда

$$\varepsilon_\infty = n_\infty^2 \text{ и } \varepsilon_s = n_s^2.$$

А из системы уравнений $\begin{cases} \omega_{\max}^2 = \omega_T^2 - b\omega_T \\ \omega_{\min}^2 = \omega_T^2 + b\omega_T \end{cases}$ следует, что

$$\omega_T^2 = \frac{\omega_{\max}^2 + \omega_{\min}^2}{2}, \quad b = \frac{\omega_{\min}^2 - \omega_{\max}^2}{2\omega_T}.$$

Введем безразмерную величину β , равную $\beta = \frac{b}{\omega_T}$ ($\beta < 1$) и характеризующую, во сколько раз коэффициент затухания b меньше частоты собственных колебаний ω_T ионов, удобную для сравнительного анализа затухания в различных полупроводниках. Тогда

$$\beta = \frac{b}{\omega_T} = \frac{\omega_{\min}^2 - \omega_{\max}^2}{\omega_{\max}^2 + \omega_{\min}^2}, \text{ а } b = \beta \cdot \omega_T.$$

Аналогично, продифференцировав и приравняв к нулю производную, можно показать, что мнимая компонента ε' диэлектрической проницаемости имеет максимум при частоте

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \sqrt{\frac{1}{6} \left(2\omega_T^2 - b^2 + \sqrt{16\omega_T^4 - 4\omega_T^2 b^2 + b^4} \right)} = \\ &= \omega_T \sqrt{\frac{1}{6} \left(2 - \beta^2 + \sqrt{16 - 4\beta^2 + \beta^4} \right)}. \end{aligned}$$

То есть максимум наблюдается при частоте, отличной от частоты собственной колебаний ω_T ионов. Это отличие тем больше, чем больше коэффициент затухания b (при $b \rightarrow 0$ $\omega_2 \rightarrow \omega_T$). Так как зависимость между величинами n , n' и величинами ε , ε' нелинейная, то максимумы и минимумы зависимостей $n(\omega)$ и $n'(\omega)$ будут смещены относительно максимумов и минимумов зависимостей $\varepsilon(\omega)$ и $\varepsilon'(\omega)$ и не будут совпа-

дать ни с ω_T , ни с ω_2 , ω_{\max} и ω_{\min} . Частота, при которой показатель поглощения n' имеет максимум, называется **частотой поглощения**. Как видно из рис. 5, частота поглощения близка к частоте собственных колебаний ω_T , но не совпадает с ней.

Если из эксперимента получены зависимости вещественной и мнимой компонент диэлектрической проницаемости от длины волны $\varepsilon(\lambda)$, $\varepsilon'(\lambda)$, из них можно определить, при каких длинах волн λ_{\min} и λ_{\max} наблюдаются минимум и максимум для ε , а при какой длине волны λ_2 – максимум для ε' . Этот максимум расположен вблизи длины волны света с частотой собственных колебаний ионов λ_T , но не совпадает с ней.

Учитывая, что $\omega = 2\pi c/\lambda$, получим следующие параметры дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости:

- $\varepsilon_{\infty} = n_{\infty}^2$ будет соответствовать малым длинам волн ($\lambda \ll \lambda_T$);
- $\varepsilon_s = n_s^2$ будет соответствовать большим длинам волн ($\lambda \gg \lambda_T$);
- длина волны света на частоте собственных колебаний ионов

$$\lambda_T = \frac{\lambda_{\max} \lambda_{\min} \sqrt{2}}{\sqrt{\lambda_{\max}^2 + \lambda_{\min}^2}};$$

- коэффициент пропорциональности между частотой собственных колебаний ω_T ионов и коэффициентом затухания b :

$$\beta = \frac{\lambda_{\max}^2 - \lambda_{\min}^2}{\lambda_{\min}^2 + \lambda_{\max}^2}, \text{ где } b = \beta \cdot \omega_T.$$

Расчет эффективного заряда ионов

При выводе дисперсионных зависимостей диэлектрической проницаемости, показателя преломления и показателя поглощения в рамках классической теории рассматривались относительные колебания ионов, входящих в элементарную ячейку кристалла.

Ионы в кристалле находятся в окружении соседних ионов, имеющих ненулевой заряд и создающих вокруг себя электрическое поле. Ионы частично экранируют электрическое поле друг друга. Поэтому говорят, что ионы обладают так называемым **эффективным зарядом** $+q$ и $-q$ (меньше истинного), характеризующим их взаимодействие с электрическим полем электромагнитной волны с учетом экранирования. Эффективный и истинный заряды ионов в единицах элементарного заряда имеют дробное значение. Причина этого состоит в том, что связь между ионами в алмазоподобных полупроводниках $A^{III}B^V$ является, как указывалось ранее, частично ионной и частично ковалентной. Согласно

квантовой механике, это означает, что валентный электрон при переходе от атома В к атому А только часть времени проводит у атома А. Остальное время он по прежнему находится у атома В. Чем больше времени электрон будет находиться у атома А, тем больше будет заряд ионов.

Эффективный заряд q ионов можно определить по экспериментальным данным на основе соотношения

$$\frac{N}{\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{m} = (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \omega_T^2.$$

Тогда
$$q^2 = \frac{\epsilon_0 m}{N} (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \omega_T^2,$$

где $m = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}$ – приведенная масса ионов (атомов) с массами m_A

и m_B , находящихся в элементарной ячейке кристаллической решетки полупроводника; N – концентрация элементарных ячеек.

По определению концентрация N – это физическая величина, численно равная количеству элементарных ячеек в единице объема. Одна элементарная ячейка алмазоподобного полупроводника имеет форму параллелепипеда с одинаковыми ребрами $a\sqrt{2}/2$ (половина диагонали боковой грани ячейки Браве), меньшие углы между которыми равны 60° (рис. 2, б). Из геометрии известно, что объем такого наклонного параллелепипеда равен $a^3/4$. Поэтому концентрация элементарных ячеек равна:

$$N = \frac{1}{a^3/4} = \frac{4}{a^3}.$$

Подставляя это значение в выше приведенную формулу, для эффективного заряда ионов получим:

$$q = \frac{\omega_T}{2} \sqrt{\epsilon_0 m a^3 (\epsilon_s - \epsilon_\infty)} \quad \text{или} \quad q = \frac{\pi c}{\lambda_T} \sqrt{\epsilon_0 m a^3 (\epsilon_s - \epsilon_\infty)},$$

где a – период кристаллической решетки; m – приведенная масса ионов (атомов).

Экспериментальное определение показателя преломления

Если монохроматический свет (свет фиксированной длины волны) падает из вакуума на середину плоской грани прямоугольной призмы (рис. 8), сечением которой является полукруг, то соотношение между углом падения ϕ луча света на призму и углом преломления γ описывается законами геометрической оптики (закон преломления света)

$$\frac{\sin(\varphi)}{\sin(\gamma)} = n,$$

где n – показатель преломления материала, из которого изготовлена призма. Преломленный луч движется вдоль радиуса сечения призмы и выходит из призмы перпендикулярно боковой поверхности, не изменяя направления. Поэтому, измерив угол падения α и угол преломления γ , можно рассчитать показатель преломления для света фиксированной длины волны λ (частоты).

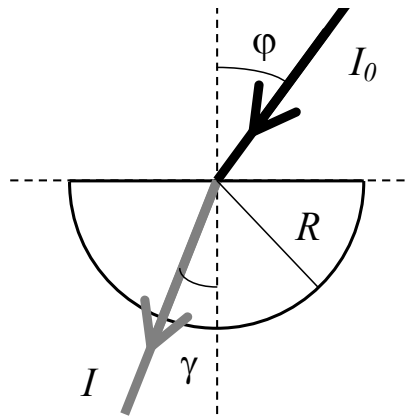


Рис. 8. Геометрия распространения света через призму

Экспериментальное определение показателя поглощения

При прохождении света через среду, показатель поглощения которой отличен от нуля, происходит частичное поглощение света, в результате чего его интенсивность уменьшается. Ослабление интенсивности монохроматического луча света, распространяющегося в поглощающей среде, описывается **законом Бугера–Ламберта–Бера** (1729, 1760, 1852 гг.). Согласно этому закону интенсивность I света, прошедшего через поглощающую среду толщиной x , зависит от интенсивности I_0 падающего луча и коэффициента поглощения α по экспоненциальному закону

$$I = I_0 e^{-\alpha x}.$$

Коэффициент поглощения α – величина, обратная расстоянию, на котором интенсивность монохроматического света ослабляется в e раз³⁸. Этот коэффициент связан с показателем поглощения n' соотношением

$$\alpha = \frac{2\omega}{c} n' = \frac{4\pi}{\lambda} n'.$$

³⁸ Величина, обратная коэффициенту поглощения, равняется средней длине свободного пробега фотона в веществе, равной скорости фотона, умноженной на среднее время его жизни в веществе.

Так как показатель поглощения существенно меняется при удалении от частоты поглощения, то относительная интенсивность I_0/I света, прошедшего через призму (рис. 8), может меняться на несколько порядков. Поэтому для практических измерений более удобной является не относительная интенсивность I_0/I , а **оптическая плотность** D_λ . Это безразмерная физическая величина, характеризующая степень непрозрачности для световых лучей слоя вещества толщиной R . Численное значение оптической плотности равно десятичному логарифму относительной интенсивности света, прошедшего через поглощающую среду толщиной R :

$$D = \lg \frac{I_0}{I} = \lg(e^{\alpha R}) = \alpha R \cdot \lg(e) = \frac{\alpha R}{\ln 10} \Rightarrow$$

$$D = \frac{\alpha R}{\ln 10}.$$

Формула получена без учета многократного отражения света в призме.

Для измерения оптической плотности существует специальный прибор, который называется **денситометром**.

Измерив оптическую плотность D призмы (рис. 8) при прохождении через нее света фиксированной длины волны λ , можно определить показатель поглощения n' :

$$n' = \frac{\lambda}{4\pi} \alpha = \frac{\lambda}{4\pi} \frac{D \cdot \ln(10)}{R},$$

где R – радиус сечения призмы (расстояние, которое луч света проходит в поглощающей среде), λ – длина волны монохроматического излучения (света).

Модель экспериментальной установки

В данной работе средствами компьютерной графики моделируется прохождение луча света фиксированной длины волны через прямоугольную призму, сечением которой являемся полукруг (полуцилиндр), изготовленную из полупроводникового материала, при нормальных условиях (давление 1 атм., температура 20°C). Источник света можно перемещать в вертикальном направлении. Длину волны света можно менять в инфракрасном диапазоне от 5 мкм до 245 мкм с шагом 0,05 мкм. Для измерения угла падения и угла преломления света в работе имеются транспортер, центр которого совмещен с точкой падения луча на призму. Для повышения точности измерений масштаб отображения области эксперимента можно изменять от 100 до 500 %, при этом цена деления транспортера уменьшается до 0,1°. Дисперсионные свойства полупроводников в инфракрасном диапазоне обусловлены взаимодействием света с тепловыми ко-

лебаниями ионов кристаллической решетки. В этих условиях длину волны собственных (тепловых) колебаний ионов можно определить с точностью 1–3 %, а эффективный заряд ионов – с точностью 3–5 %.

Варианты выполнения работы

Вариант	Полупроводник, из которого изготовлена призма
1	Фосфид галлия GaP
2	Арсенид алюминия AlAs
3	Фосфид индия InP
4	Арсенид галлия GaAs
5	Антимонид галлия GaSb
6	Арсенид индия InAs
7	Антимонид индия InSb

В условиях реального эксперимента ход лучей невидимого инфракрасного излучения может быть визуализирован средствами термографии, например с помощью тепловизора.

Работа выполняется на IBM-совместимом персональном компьютере в виде самостоятельного Windows-приложения. Для удобства выполнения работы в программе предусмотрены три раздела: краткое описание работы; порядок выполнения работы и эксперимент. Переключение между разделами осуществляется с помощью кнопок «Ход работы» и «Эксперимент». Нажатие этих кнопок в зависимости от контекста работы программы приводит либо к вызову соответствующих разделов, либо к возвращению в раздел описания.

Раздел программы «Эксперимент» содержит раскрывающийся список полупроводников, из которых изготовлена выбранная для эксперимента призма, счетчики для изменения радиуса призмы и масштаба отображения области эксперимента, а также ползунки для выбора длины волны, перемещения источника света и датчика оптической плотности.

Для справок: $1 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ м}$; $1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$;
 $1 \text{ аем} = 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$; $1 e = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$;
 $\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 \cdot \text{с}^2 / (\text{кг} \cdot \text{м}^3)$; $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Порядок выполнения работы

Краткое описание хода работы

1. Выберите полупроводник, из которого будет изготовлена призма (по указанию преподавателя).
2. Выберите минимально возможный радиус сечения призмы.

3. Определите диапазоны длин волн, при которых наблюдаются нормальная и аномальная дисперсии.
4. Установите источник инфракрасного света так, чтобы угол падения луча на призму был максимальным (для данной работы).
5. Выберите минимально возможную длину волны источника.
6. Измерьте угол преломления луча света.
7. Повторите измерения для максимально возможной длины волны источника (как в пункте 6).
8. Не изменяя угла падения, выполните измерения для различных длин волн, относящихся к области нормальной дисперсии, с шагом 1,5 мкм.
9. Не изменяя угла падения, выполните измерения для различных длин волн, относящихся к области аномальной дисперсии, с шагом 0,1 мкм.
10. Рассчитайте показатель преломления для каждой длины волны.
11. Уменьшите угол падения луча на призму и повторите измерения для тех же длин волн, что в пунктах 5–9.
12. Рассчитайте показатель преломления для каждой длины волны.
13. Рассчитайте среднее значение показателя преломления для каждой длины волны.
14. Установите источник света так, чтобы луч падал на призму перпендикулярно ее грани.
15. Выберите минимально возможную длину волны источника.
16. Измерьте оптическую плотность призмы.
17. Повторите измерения оптической плотности призмы для всех длин волн, использованных ранее.
18. Рассчитайте показатель поглощения для каждой длины волны.
19. Увеличьте радиус сечения призмы и повторите измерения оптической плотности для всех длин волн, использованных ранее.
20. Рассчитайте показатель поглощения для каждой длины волны.
21. Рассчитайте среднее значение показателя поглощения для каждой длины волны.
22. Постройте графики зависимости показателя преломления и показателя поглощения от длины волны.
23. Рассчитайте вещественную и мнимую компоненты диэлектрической проницаемости для каждой длины волны.
24. Постройте графики зависимости вещественной и мнимой компонент диэлектрической проницаемости от длины волны.
25. Определите длины волн, при которых вещественная и мнимая компоненты диэлектрической проницаемости имеют максимум и минимум.
26. Рассчитайте параметры дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости.
27. Рассчитайте эффективный заряд ионов кристаллической решетки.

28. Вычислите относительную погрешность эффективного заряда ионов.
29. Сделайте выводы.

Детальное описание хода работы

При выполнении работы рекомендуется следующая последовательность действий:

1. Раскрывающийся список **«Полупроводник»** на панели **«Призма»** содержит список полупроводниковых материалов, обладающих различными дисперсионными свойствами: фосфид галлия GaP, арсенид алюминия AlAs, фосфид индия InP, арсенид галлия GaAs, антимонид галлия GaSb, арсенид индия InAs, антимонид индия InSb. Из этих материалов можно изготовить призму для изучения аномальной дисперсии. Из списка выберите полупроводник (материал), дисперсионные свойства которого будете изучать в эксперименте (по указанию преподавателя). Для выбранного материала под списком автоматически указываются значения масс атомов (ионов), из которых состоит полупроводник, и период кристаллической решетки – параметры, которые необходимы для выполнения расчетов. Также приведено значение эффективного заряда, которым обладают ионы выбранного полупроводника при взаимодействии с электрическим полем электромагнитной волны.

2. С помощью счетчика **«Радиус»** на панели **«Призма»** можно изменять радиус сечения прямоугольной призмы от 5 до 15 мм. Выберите минимально возможный радиус сечения призмы.

3. Чтобы определить диапазоны длин волн, при которых наблюдаются нормальная и аномальная дисперсии, необходимо следить, как изменяется угол преломления луча с изменением длины волны падающего света при неподвижном источнике.

Наблюдать за изменением угла преломления луча света можно при любом (фиксированном) угле падения.

Учитывая, что синус угла преломления прямо пропорционален синусу угла падения (из закона преломления света), особенности в изменении угла преломления легче будет выявить (особенно визуально) при большом угле падения.

Слева от области эксперимента расположен ползунок **«Положение источника излучения»**, с помощью которого можно перемещать источник света в вертикальном направлении (вдоль плоской грани призмы) так, что луч всегда падает в одну и ту же точку на плоской грани призмы, соответствующую середине диаметра ее сечения. Поэтому положение источника излучения описывается углами (в градусах). Перемещая ползунок **«Положение источника излучения»** можно изменять положение источника от 23° до 0° (и снова до 23°). Падение луча перпендикулярно боковой поверх-

ности призмы, соответствует положению источника: 0° . При перемещении ползунок точное положение источника (в градусах) автоматически отображается на панели «*Источник инфракрасного излучения*» в виде «Положение: **,*** °(градусов)» и совпадает с углом падения луча на призму (углом между лучом света и нормалью к плоской грани призмы).

Установите источник излучения так, чтобы угол падения луча на призму был максимальным из возможных в работе, и не изменяйте его до конца выполнения этого пункта.

На панели «*Источник инфракрасного излучения*» расположен ползунок «*Длина волны*», с помощью которого можно изменять длину волны падающего света от 5 до 245 мкм. Выберите минимально возможную (5 мкм) длину волны. Положение преломленного луча можно определить по расположенному в области эксперимента транспортеру. Наблюдая за положением преломленного луча, плавно и медленно увеличивайте длину волны источника. Положение преломленного луча будет меняться. Согласно закону преломления света

$$\sin(\gamma) = \frac{\sin(\varphi)}{n},$$

где φ – угол падения, γ – угол преломления, n – показатель преломления, который зависит от длины волны λ .

При нормальной дисперсии с увеличением длины волны показатель преломления убывает. Следовательно, угол преломления будет возрастать. При аномальной дисперсии, наоборот, показатель преломления возрастает, значит, угол преломления будет уменьшаться.

Все полупроводники, используемые в работе, в диапазоне от 5 до 245 мкм имеют область аномальной дисперсии. Поэтому с увеличением длины волны источника света угол преломления сначала будет медленно возрастать (нормальная дисперсия), затем резко убывать (аномальная дисперсия) и вновь медленно возрастать (нормальная дисперсия). Плавно изменяя длину волны источника излучения, определите, при каких длинах волн λ_1 и λ_2 **угол преломления** является **максимальным** (минимальный показатель преломления) и **минимальным** (максимальный показатель преломления). Для максимально точного определения искомых длин волн используйте скроллинг мыши при перемещении ползунок «*Длина волны*». Между найденными значениями λ_1 и λ_2 наблюдается аномальная дисперсия.

Так как минимум и максимум вещественной компоненты диэлектрической проницаемости смещены относительно минимума и максимума показателя преломления, для дальнейшего детального исследования найденный диапазон $[\lambda_1, \lambda_2]$ необходимо расширить. Для этого значение λ_1 необходимо уменьшить до ближайшего целого, а λ_2 – уве-

личить. Если λ_2 отличается от ближайшего (большого) целого менее, чем на 0,55 мкм, увеличьте эту границу до следующего целого значения длины волны. Например, если $\lambda_1 = 43,35$ мкм, $\lambda_2 = 46,6$ мкм, то для детального исследования следует взять интервал 43–48 мкм. Это необходимо, чтобы не только максимум и минимум показателя преломления, но и искомые максимум и минимум вещественной компоненты диэлектрической проницаемости также оказались внутри полученного интервала. В полученном таким образом интервале все исследуемые зависимости ведут себя наиболее немонотонно. Этот интервал будем называть **«Областью аномальной дисперсии»**. В этой области в дальнейшем будем проводить измерения с шагом 0,1 мкм.

Справа и слева от области аномальной дисперсии наблюдается нормальная дисперсия, где показатель преломления и показатель поглощения меняются медленно (например, в диапазонах 5–43 мкм и 48–245 мкм). Здесь достаточно проводить измерения с шагом 1,5 мкм. Для дальнейших исследований в области нормальной дисперсии **выделим два диапазона длиной по 15 мкм каждый, плотно прилегающие к выделенной области аномальной дисперсии с двух сторон**. Например, если аномальной дисперсии соответствует интервал 43–48 мкм, то нормальную дисперсию будем исследовать на интервале 28–43 мкм, а также 48–63 мкм.

Границы всех трех диапазонов, подобранных таким образом, ЗАПИШИТЕ В ТАБЛ. 1.

4. С помощью ползунка **«Положение источника излучения»**, расположенного слева от области эксперимента, можно изменять положение источника и угол падения луча на призму от 23° до 0° (и снова до 23°). Установите источник инфракрасного света так, чтобы угол падения луча на призму был максимальным (для данной работы) – либо в самое верхнее, либо в самое нижнее положение. Несмотря на то, что в области эксперимента расположен транспортер, точное положение источника и соответствующий угол падения (в градусах) автоматически отображаются на панели **«Источник инфракрасного излучения»** в виде «Положение: **,*** °(градусов)».

5. С помощью ползунка **«Длина волны»** на панели **«Источник инфракрасного излучения»** выберите минимально возможную для данной работы длину волны источника (5 мкм).

6. Для повышения точности измерений в работе предусмотрена возможность изменения масштаба отображения области эксперимента в пределах от 100 % до 500 % с помощью раскрывающегося списка на панели **«Масштаб»**. Каждому значению масштаба соответствует различная цена деления транспортера, которая при изменении масштаба автоматически указывается на панели **«Масштаб»**.

Для выполнения измерений с максимально возможной точностью с помощью раскрывающегося списка на панели «*Масштаб*» выберите масштаб отображения области эксперимента, равный 500 %. Для перемещения в области эксперимента при увеличенном масштабе появляются вертикальная и горизонтальная полосы прокрутки. Обратите внимание, что ползунок «Положение источника излучения» доступен только при масштабе 100 %.

Угол преломления луча света, прошедшего через призму, можно измерить по транспортиру. Но вдали от полосы поглощения (максимальная или минимальная длина волны, доступная в работе) показатель преломления изменяется медленно. Поэтому для последующего определения ε_s и ε_∞ (по экспериментальным данным точности измерений по транспортиру (даже при 500 % масштаба) оказывается недостаточно. Для более точного определения угла преломления воспользуйтесь датчиком оптической плотности.

Датчик оптической плотности можно перемещать в вертикальном направлении с помощью ползунка «Положение датчика», расположенного справа от области эксперимента. Точное положение датчика автоматически отображается на панели «Датчик» в градусах с точностью больше, чем половина цены деления транспортира при используемом в данный момент масштабе.

Датчик включается только тогда, когда на него падает излучение той же длины волны, что у источника. При этом луч имеет некоторую толщину. С помощью ползунка «Положение датчика» переместите датчик так, чтобы преломленный луч падал на него. При этом на панели «Датчик» в поле «Оптическая плотность» появится какое-то значение. Перемещая ползунок «Положение датчика» с помощью скроллинга мыши, определите минимальный (min) и максимальный (max) углы, в пределах которых датчик оптической плотности включен (показывает какое-либо значение).

Полученные значения ЗАПИШИТЕ В ТАБЛ. 2.

Точным значением угла преломления будем считать положение центра луча. Для его определения рассчитайте среднее значение с точностью до трех десятичных знаков после запятой:

$$\gamma = (\gamma_{\min} + \gamma_{\max})/2.$$

Полученное значение угла преломления ЗАПИШИТЕ В ТАБЛ. 2 и 3.

7. Такие же детальные измерения необходимо выполнить и для максимальной для данной работы длины волны. Не изменяя положения источника, с помощью ползунка «*Длина волны*» на панели «*Источник инфракрасного излучения*» выберите длину волны равную 245 мкм. Как в пункте 6, при масштабе 500 % с помощью датчика оптической плотности определите угол преломления луча света.

Полученные значения также ЗАПИШИТЕ В ТАБЛ. 2 и 3.

8. Для выполнения остальных измерений (для длин волн в областях аномальной и нормальной дисперсий) достаточно выполнять отсчеты по транспортиру при масштабе 500 % с точностью до половины цены деления ($0,05^\circ$), не используя датчик оптической плотности.

При выполнении пункта 3 были определены три диапазона для детального исследования: один диапазон, в котором наблюдается аномальная дисперсия, и два диапазона, где наблюдается нормальная дисперсия слева и справа от области аномальной дисперсии. Не изменяя угла падения, установите ползунок «*Длина волны*» на панели «*Источник инфракрасного излучения*» в положение, соответствующее началу левого детально исследуемого диапазона нормальной дисперсии (например, если при выполнении пункта 3 получены диапазоны длин волн: 26–43 мкм, 43–48 мкм, 48–63 мкм, то выберите длину волны, равную 26 мкм). Для того чтобы точно установить выбранное значение длины волны, используйте скроллинг мыши и кнопки со стрелками на клавиатуре.

По транспортиру, расположенному в области эксперимента, при масштабе 500 % определите угол преломления луча света с точностью до $0,05^\circ$.

Повторите измерения для 10 длин волн с шагом 1,5 мкм.

Измеренные значения ЗАПИШИТЕ В ТАБЛ. 3.

9. Также по транспортиру при масштабе 500 %, не изменяя угла падения, выполните измерения для длин волн, относящихся к области аномальной дисперсии, с шагом 0,1 мкм. Для того, чтобы точно установить выбранное значение длины волны, используйте скроллинг мыши и кнопки со стрелками на клавиатуре. Обратите внимание, что в этой области показатель преломления меняется неравномерно. Поэтому одинаковое изменение длины волны может привести к различным (большим или малым) изменениям угла преломления. Измерения следует проводить с точностью $0,05^\circ$. Количество измерений в этой области зависит от длины диапазона, в котором наблюдается аномальная дисперсия.

После того как область аномальной дисперсии будет исследована, необходимо выполнить измерения во втором диапазоне, где наблюдается нормальная дисперсия, так же как в пункте 8 для 10 длин волн с шагом 1,5 мкм.

Все измеренные значения ЗАПИШИТЕ В ТАБЛ. 3.

10. Для каждой длины волны, для которой проводились измерения углов падения и преломления, рассчитайте показатель преломления согласно закону преломления света. Расчеты выполняйте с точностью четырех десятичных знаков после запятой.

11. С помощью раскрывающегося списка на панели «*Масштаб*» выберите масштаб отображения области эксперимента, равный 100 %

(ползунок «Положение источника излучения» доступен только в этом масштабе). С помощью ползунка **«Положение источника излучения»** уменьшите угол падения луча на призму на 3–5°. Для более точного расположения источника излучения используйте скроллинг мыши. При перемещении источника излучения его точное положение (в градусах) автоматически указывается на панели **«Источник инфракрасного излучения»**. Новому положению источника соответствует новое значение угла падения луча на призму.

Для нового угла падения повторите измерения угла преломления так же и для тех же длин волн, что в пунктах 5–9.

12. Как в пункте 10, рассчитайте показатель преломления для каждой длины волны, для которой проводились измерения при новом угле падения в пункте 11.

13. При выполнении пунктов 10 и 12 получено по два значения показателя преломления для каждой длины волны из результатов измерений при разных углах падения. По этим данным рассчитайте среднее значение показателя преломления для каждой длины волны.

14. С помощью раскрывающегося списка на панели **«Масштаб»** выберите масштаб отображения области эксперимента, равный 100 % (ползунок «Положение источника излучения» доступен только в этом масштабе). С помощью ползунка **«Положение источника излучения»** добейтесь, чтобы луч света падал точно перпендикулярно боковой грани призмы, под углом 0°. Для более точного расположения источника излучения используйте скроллинг мыши. При перемещении источника излучения его точное положение (в градусах) автоматически указывается на панели **«Источник инфракрасного излучения»**.

При таком положении источника излучения угол падения луча на призму равен нулю, поэтому угол преломления будет один и тот же (тоже равный нулю) для любой длины волны (независимо от показателя преломления). Это облегчит измерение оптической плотности призмы, а следовательно, и показателя поглощения.

15. Из всех длин волн, для которых был определен показатель преломления, выберите наименьшую и с помощью ползунка **«Длина волны»** установите ее значение для используемого в работе источника инфракрасного излучения.

16. С помощью ползунка **«Положение датчика»** установите датчик измерения оптической плотности напротив источника излучения, под углом 0°. Луч, прошедший через призму, при этом должен упасть на датчик, который автоматически включится, в поле **«Оптическая плотность»** на панели **«Датчик»** появится значение.

Полученное значение ЗАПИШИТЕ В ТАБЛ. 3.

17. Не изменяя положения источника излучения и датчика оптической плотности, с помощью ползунка «*Длина волны*» на панели «*Источник инфракрасного излучения*» выберите поочередно значения всех длин волн, для которых был определен показатель преломления (включая 5 и 245 мкм). Для каждой длины волны запишите значение оптической плотности, которое измеряется датчиком.

Полученные значения ЗАПИШИТЕ В ТАБЛ. 3.

18. Зная радиус сечения призмы и оптическую плотность для фиксированной длины волны, рассчитайте показатель поглощения для этой длины волны. Выполните расчеты для всех длин волн, использованных в эксперименте.

19. С помощью счетчика «*Радиус*» на панели «*Призма*» можно изменять радиус сечения прямоугольной призмы от 5 до 15 мм. Увеличьте радиус сечения призмы на 3–7 мм. Вновь выполните измерения оптической плотности для всех длин волн, для которых был определен показатель преломления (включая 5 и 245 мкм).

Полученные значения ЗАПИШИТЕ В ТАБЛ. 3.

20. По измерениям оптической плотности призмы с сечением другого радиуса, изготовленной из того же материала, рассчитайте показатель поглощения для каждой длины волны, использованной в эксперименте.

21. По результатам, полученным для призм с разными радиусами сечения для одной и той же длины волны, рассчитайте среднее значение показателя поглощения для каждой длины волны.

22. На одном графике постройте две зависимости: показателя преломления и показателя поглощения исследуемого полупроводника от длины волны падающего света. Для повышения наглядности графиков используйте данные, полученные для длин волн от середины одного исследованного диапазона, где наблюдается нормальная дисперсия, до середины второго исследованного диапазона, где наблюдается нормальная дисперсия. Максимально удаленные от области аномальной дисперсии данные на графике отображать не нужно. Например, если в эксперименте были исследованы следующие диапазоны длин волн: 26–43 мкм, 43–48 мкм, 48–63 мкм, то график рекомендуется строить на интервале 30–60 мкм.

23. По значениям показателя преломления и показателя поглощения рассчитайте вещественную и мнимую компоненты диэлектрической проницаемости для каждой длины волны. Расчеты выполняйте с точностью четырех десятичных знаков после запятой.

24. На одном графике постройте две зависимости: вещественной и мнимой компонент диэлектрической проницаемости от длины волны падающего света. Для повышения наглядности графики стройте на том же интервале, что и графики в пункте 22.

25. На основании проведенных расчетов по ТАБЛ. 3 определите длины волн, при которых вещественная и мнимая компоненты диэлектрической проницаемости имеют максимум и минимум.

26. Зная длины волн, при которых у вещественной компоненты диэлектрической проницаемости наблюдается максимум и минимум, рассчитайте длину волны λ_T собственных колебаний ионов и коэффициент пропорциональности β между частотой собственных колебаний и коэффициентом затухания.

Если мнимая компонента диэлектрической проницаемости при каких-либо длинах волн обращается в ноль (поглощение отсутствует), можно считать, что эта длина волны находится далеко от полосы поглощения. Поэтому проверьте, можно ли по значениям мнимой компоненты диэлектрической проницаемости сделать вывод, что длины волн 5 и 245 мкм находятся далеко от полосы поглощения. Если можно, тогда значение вещественной компоненты диэлектрической проницаемости при малых длинах волн (5 мкм) возьмите за ϵ_∞ , а при больших длинах волн (245 мкм) – за ϵ_s .

27. Зная массы образующих кристаллическую решетку атомов (ионов), которые указываются на панели «Призма» под раскрывающимся списком «Полупроводник» при выборе исследуемого вещества, рассчитайте приведенную массу ионов.

Зная период решетки, длину волны λ_T собственных колебаний ионов и предельные значения диэлектрической проницаемости ϵ_s и ϵ_∞ , рассчитайте эффективный заряд ионов кристаллической решетки. Выразите эффективный заряд в долях элементарного заряда электрона (вычислите отношение эффективного заряда ионов к элементарному заряду).

28. Вычислите относительную погрешность экспериментального определения эффективного заряда ионов: $\delta = \frac{|q_{теор} - q_{эксп}|}{q_{теор}} \cdot 100\%$, где

$q_{эксп}$ – значение эффективного заряда, рассчитанного при выполнении предыдущего пункта, $q_{теор}$ – значение эффективного заряда, приведенного на панели «Призма» для исследуемого полупроводника.

29. Сделайте выводы.

- А. В каком диапазоне длин волн для изучаемого полупроводника наблюдается аномальная дисперсия?
- В. Как изменяются показатель преломления и показатель поглощения в области аномальной дисперсии и за ее пределами?
- С. Совпадает ли длина волны, при которой показатель поглощения имеет максимум, с длиной волны собственных колебаний ионов кристаллической решетки? Почему?

- D. Совпадают ли длины волн света, при которых показатель преломления и вещественная компонента диэлектрической проницаемости имеют минимум (максимум)? Если нет, то в какую сторону они смещены друг относительно друга? Почему?
- E. Совпадают ли длины волн света, при которых показатель поглощения и мнимая компонента диэлектрической проницаемости имеют максимумы? Если нет, то в какую сторону они смещены друг относительно друга? Почему?
- F. Чем вызвана погрешность определения эффективного заряда ионов кристаллической решетки в полупроводниках?

Таблица 1

Определение диапазонов дисперсии

Дисперсия									
Нормальная			Аномальная				Нормальная		
5 мкм									245 мкм

Таблица 2

Измерение угла падения луча на призму и угла преломления

Длина волны, мкм	Угол падения α , °	Угол преломления γ , °			Угол падения α , °	Угол преломления γ , °		
		min	max	средний		min	max	средний
5	23							
245								

Таблица 3

Расчет оптических и электрических коэффициентов

№	Длина волны, мкм	Угол преломления γ , °	Показатель преломления n	Угол преломления γ , °	Показатель преломления n	Среднее значение показателя преломления n	Оптическая плотность D_λ	Показатель поглощения k	Оптическая плотность D_λ	Показатель поглощения k	Среднее значение показателя поглощения k	$\varepsilon_1 = n^2 - k^2$	$\varepsilon_2 = 2nk$
1	5												
2													
3													
	245												

Контрольные вопросы

1. Что характеризует показатель преломления?
2. Какое явление называют дисперсией света? При каких условиях наблюдается нормальная, аномальная дисперсии света?
3. Как дисперсия света объясняется классической теорией взаимодействия излучения с веществом?
4. Как вещественная и мнимая компоненты диэлектрической проницаемости связаны с показателем преломления и показателем поглощения света?
5. Опишите модель, которая в классической физике используется для объяснения взаимодействия ионов кристаллической решетки со светом при нормальных условиях.
6. Запишите дифференциальное уравнение движения ионов кристаллической решетки под действием света и его решение.
7. Как на основе дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости рассчитать эффективный заряд ионов кристаллической решетки алмазоподобного полупроводника?
8. Как определить показатель преломления из преломления луча монохроматического света прямоугольной призмой, сечением которой является полукруг (полуцилиндр)?
9. Что такое оптическая плотность призмы? Как, измерив оптическую плотность призмы, определить показатель поглощения?
10. Кратко опишите последовательность выполнения работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 848 с.
2. Можаров Г.А. Основы геометрической оптики: учеб. пособие. – М.: Логос, 2006. – 280 с.
3. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Академия, 2008. – 720 с.
4. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. – М.: Наука, 1977. – 943 с.
5. Савельев И.В. Курс Общей физики. Кн. 4. Волны Оптика. – М.: Наука, 1998. – 256 с.
6. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика, т. 4 / Сивухин Д.В. – М.: Наука: Физматлит, 2002. – 792 с.
7. Гольдин Л.Л. [и др.]. Лабораторные занятия по физике. – М.: Наука, 1983. – 704 с.
8. Зайдель А.Н. Погрешности измерений физических величин / Зайдель А.Н. – Л.: Наука, 1985. – 112 с.
9. Физический энциклопедический словарь. – М.: Советская энциклопедия – 1983. – 928 с.
10. Елифанов Г.И. Физика твердого тела. – СПб.: Лань, 2011. – 288 с.
11. Ансельм А.И. Введение в теорию полупроводников. – М.: Наука, 1978. – 616 с.
12. Уханов Ю.И. Оптические свойства полупроводников. – М.: Наука, 1977. – 368 с.

Учебное издание

БОРИСЕНКО Сергей Иванович
РЕВИНСКАЯ Ольга Геннадиевна
КРАВЧЕНКО Надежда Степановна
ЧЕРНОВ Александр Владимирович

ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ СВЕТА И МЕТОДЫ ЕГО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Учебно-методическое пособие


Корректурa *С.В. Ульянова*
Компьютерная верстка *К.С. Чечельницкая*
Дизайн обложки *Т.В. Буланова*

Подписано к печати 10.06.2014. Формат 60×84/16. Бумага «Снегурочка».
Печать XEROX. Усл. печ. л. 7,91. Уч.-изд. л. 7,15.
Заказ 567-14. Тираж 100 экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Издательства Томского политехнического университета
сертифицирована в соответствии с требованиями ISO 9001:2008



ИЗДАТЕЛЬСТВО  тпу. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru